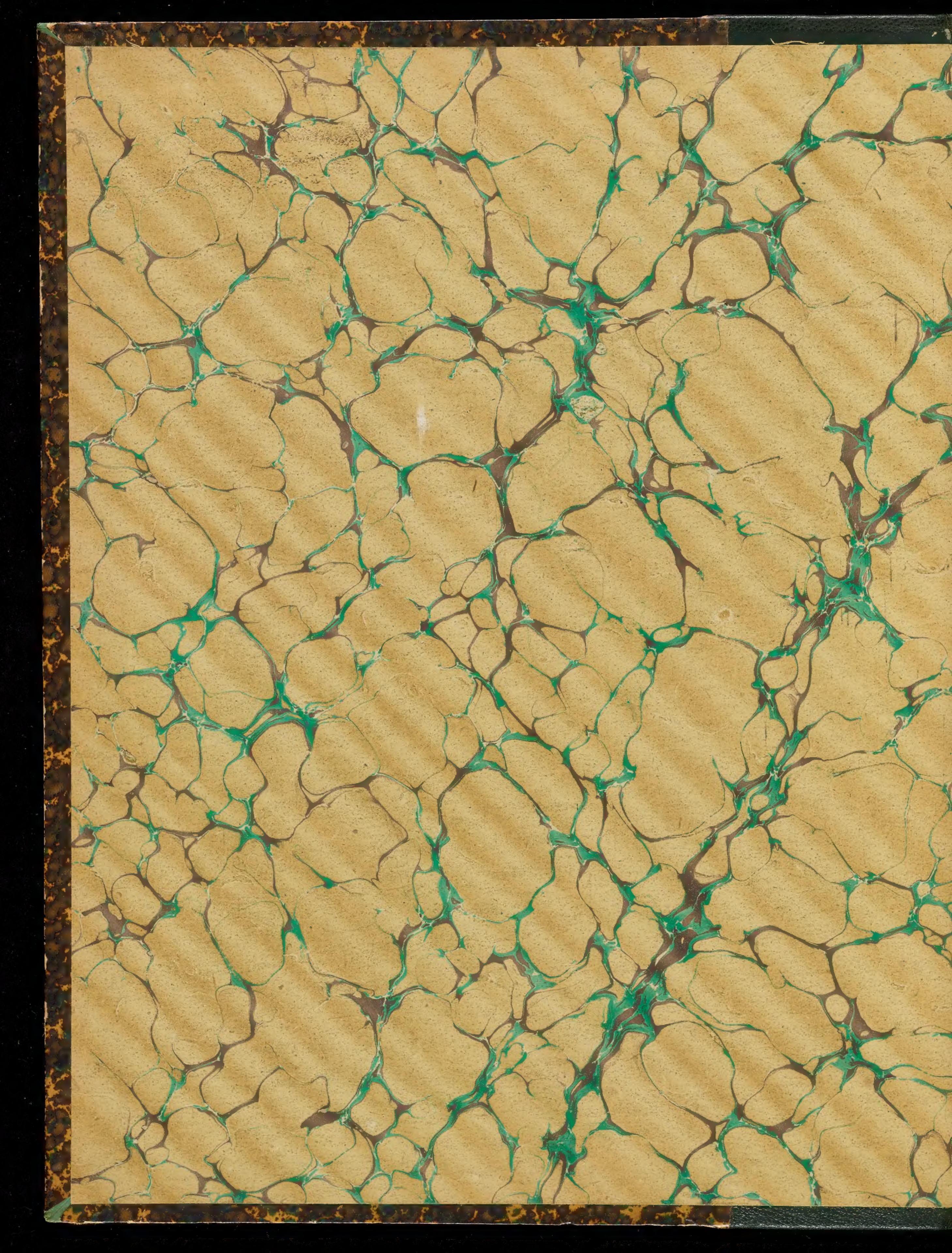
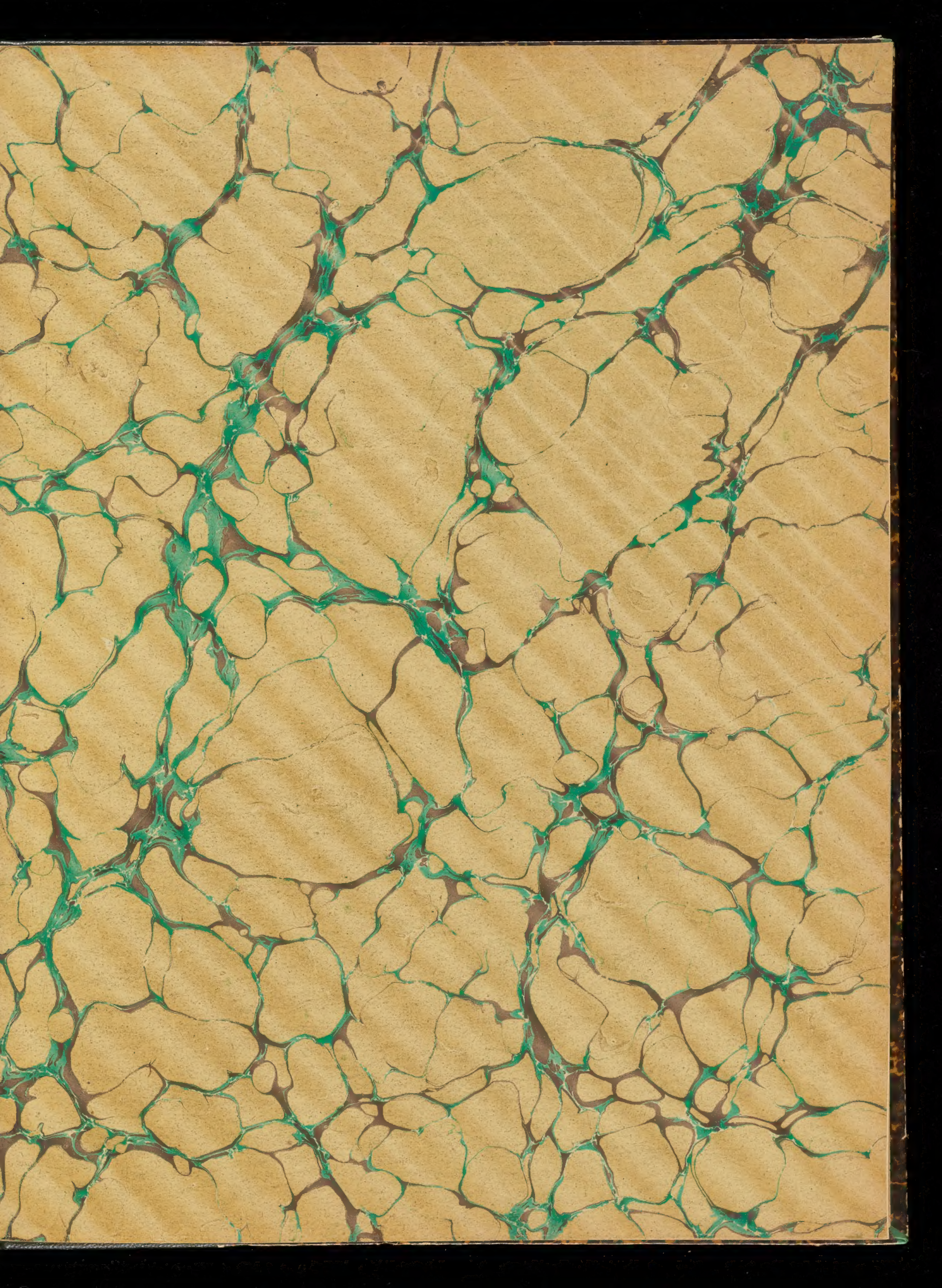






[authors copy
850163]

COURS

DE

LAVIS THÉORIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

I. OMBRES USUELLES

(Rayon à 45°)

II. RENDU

DANS LE DESSIN D'ARCHITECTURE ET DANS LE DESSIN DE MACHINES

PAR

J.-J. PILLET



PARIS

LIBRAIRIE DES ARTS DU DESSIN ET DE LA CONSTRUCTION

82, Rue de Rennes, 82

—

1900

PREMIÈRE PARTIE

LES OMBRES USUELLES

(*Rayon à 45°*)

CHAPITRE PREMIER

GÉNÉRALITÉS

§ I. — Définitions

1. Différentes sources de lumière. — La théorie des ombres a pour but, connaissant la position d'une ou de plusieurs sources de lumière, de déterminer sur la surface des corps les portions de ces surfaces qui sont éclairées et celles qui, ne l'étant pas, sont dites : *dans l'ombre*.

On nomme *rayon lumineux* la ligne droite suivant laquelle, dans un milieu homogène, se propage la lumière.

Fig. 1

La lumière est dite *au flambeau* (fig. 1) lorsque la source lumineuse est à distance finie. Elle est dite *au soleil*, lorsque la source est à une distance suffisamment grande pour que les rayons lumineux puissent être considérés comme parallèles entre eux (fig. 2).

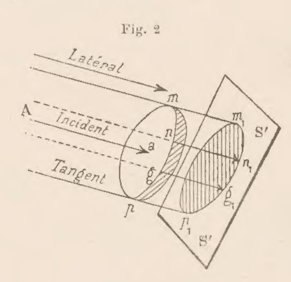
Lorsqu'un corps est en présence d'une source lumineuse, les rayons qui émanent de cette dernière se classent, par rapport à l'objet, en trois catégories :

1° Les rayons *incidents* qui sont arrêtés par la surface de l'objet et qui l'éclairent, plus ou moins, suivant leur angle d'incidence (v. plus loin Théorie du rendu);

2° Les rayons *latéraux* qui passent à côté de l'objet et vont en éclairer d'autres ;

3° Les rayons *limites* ou *tangents* qui servent de transition entre les deux précédents.

Fig. 2



Ces derniers sont les plus importants à considérer. Si la surface est complète, ils lui sont tangents et forment par leur ensemble un cône circonscrit à la surface et que l'on nomme le *cône d'ombre*, dans le cas d'un flambeau (fig. 1); ou un cylindre circonscrit qui est le *cylindre d'ombre* de la surface (fig. 2), dans le cas de la lumière au soleil.

La ligne de contact *mng* de ce cône ou de ce cylindre se

nomme la *séparatrice* d'ombre et de lumière. La partie dans l'ombre se nomme *l'ombre propre* de la surface.

Si la surface est limitée par un contour linéaire, si c'est un disque par exemple ou un polyèdre, dans ce cas les rayons limites ne sont plus tangents dans l'acception rigoureuse du mot; ils passent par la ligne de délimitation du contour ou par certaines arêtes du polyèdre, que l'on apprend à reconnaître.

Le problème des ombres et celui de la perspective ou des projections sont une seule et même question.

Si l'on imagine, en effet, au lieu d'une source de lumière, un point de vue, les rayons lumineux deviennent des rayons visuels.

Les rayons lumineux tangents, qui déterminent la *séparatrice d'ombre*, deviennent les rayons visuels de *contour apparent :* en les prolongeant (fig. 2) jusqu'à une surface (plane ou autre) et en les y arrêtant ils donnent dans le premier cas *l'ombre portée* de la première surface sur la seconde prise comme *écran*, dans le second l'*image* de la première sur la seconde prise comme *tableau*.

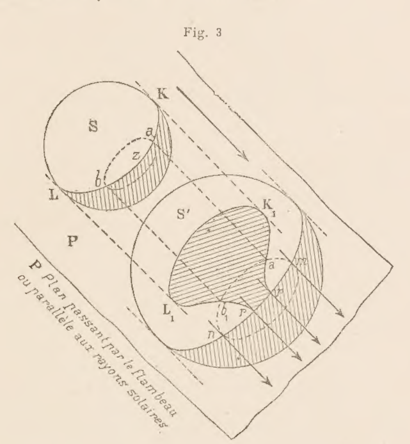
Le problème des ombres, dans le cas de la lumière au soleil, est identique à celui des projections obliques, c'est-à-dire de la *perspective cavalière*, et l'ombre portée par un objet sur un plan n'est autre chose qu'une perspective cavalière de cet objet sur ce plan.

§ II. — Les trois méthodes générales pour la recherche des ombres

Les méthodes pour la recherche des ombres se ramènent à trois :

2. **Méthode des plans sécants** (fig. 3). — Soient deux surfaces en présence S et S'. On les coupe toutes deux par des plans susceptibles de contenir des rayons lumineux, c'est-à-dire passant par le flambeau, ou parallèles aux rayons lumineux, dans le cas du soleil.

Fig. 3



On obtient ainsi deux courbes auxiliaires; une dans chaque surface. On mène à chacune d'elles des tangentes lumineuses, ce qui donne en a et b, sur la première courbe, et en m et n, sur la seconde, des points des séparatrices.

Les premières tangentes en a et b, prolongées, rencontrent la seconde courbe en a_1 et b_1, ce qui donne des points de l'ombre portée par la première surface sur la seconde.

On répète l'opération autant de fois qu'il est nécessaire et, en joignant les points de même espèce par des courbes continues, on obtient en KabL, puis en $mppn$ les deux séparatrices et en $K_1ppb_1L_1$ l'ombre portée par S sur S'.

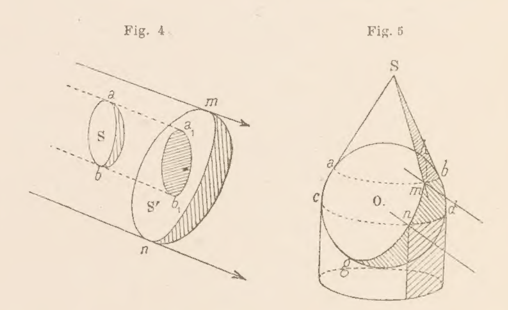
Nota. — Les points p et p, où l'ombre portée se perd dans l'ombre propre, se nomment des *points de perte*. Ils n'existent pas toujours. (Voir fig. 4) Dans ce dernier cas l'ombre est dite *fermée*, et dans le premier elle est dite *ouverte*. Nous donnons plus loin l'énoncé d'un théorème sur les tangentes aux points de perte de la courbe d'ombre portée.

Cette méthode est, en général, d'une application pénible. Elle convient très bien pour trouver certains points particuliers des lignes d'ombre.

3. **Méthode des surfaces circonscrites.** — Soit une surface (une sphère, par exemple, pour fixer les idées) dont on veut déterminer la séparatrice (fig. 5).

On lui circonscrit une surface plus simple, un cône par

Fig. 4 Fig. 5



exemple, dont nous supposons que l'on sache trouver facilement la séparatrice Sm (droite, dans le cas du cône) ; le point m où cette droite rencontre la courbe de contact ab du cône et de la surface est un point de la séparatrice de cette dernière. (Évident.) On pourrait prendre un cylindre tangent le long de la courbe cd qui donnerait en n un

autre point de la séparatrice. En joignant par une courbe continue les points m, n, etc..., on aura la séparatrice cherchée.

Remarque. — Sauf pour des points tout à fait particuliers, la séparatrice Sm de la surface circonscrite auxiliaire

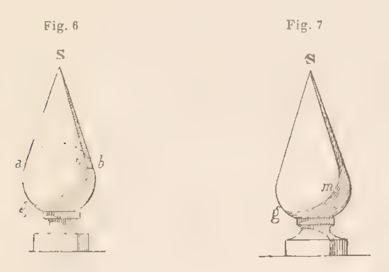


Fig. 6 Fig. 7

n'est pas tangente à celle *hmng* de la surface donnée. Autrement dit : il ne suffit pas que deux surfaces se raccordent pour que leurs lignes d'ombre propre se raccordent également (fig. 6). On prouve, en géométrie descriptive, qu'il faut de plus, pour qu'il y ait raccordement des lignes d'ombre, que les surfaces soient *osculatrices*.

Il y aurait raccordement (fig. 7) si le profil était tracé à la main, comme on doit toujours le faire en architecture.

4. Méthode des projections obliques. — Soient (fig. 8) deux surfaces S et S', sur lesquelles on veut faire toutes les recherches d'ombres indiquées ci-dessous.

(*a*) *Ombre propre de la surface S.*

1° On trace sur la surface S une série de courbes, N° 1, N° 2, N° 3, convenablement choisies, c'est-à-dire choisies aussi simples que possible : Si la surface est réglée, on choisira les génératrices rectilignes ; si la surface est de révolution, on prendra les cercles qui constituent les parallèles, etc.

2° On prend arbitrairement une surface auxiliaire, ordinairement un plan Z, sur lequel on cherche en N° 1', N° 2', N° 3' les ombres portées par ces courbes.

On démontre facilement, comme on le fait pour les contours apparents, que l'ombre portée totale de la surface S est l'enveloppe (1) des ombres N° 1', N° 2', N° 3' portées par les courbes choisies.

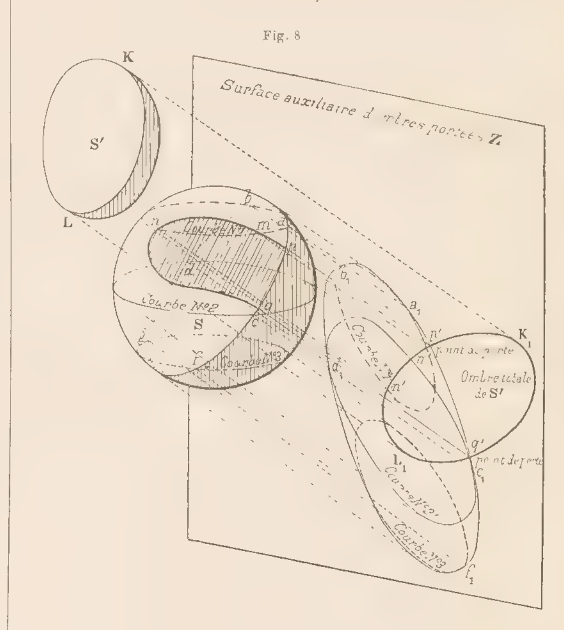
3° On trace donc cette enveloppe, tangente aux ombres portées auxiliaires, N° 1', N° 2'..... et cela donne l'ombre totale portée par la surface S sur le plan auxiliaire Z.

4° On détermine les points de contact a_1, $b_1 - c_1$, $d_1 - f_1$, etc... de l'enveloppe avec les enveloppées, et remontant, par des *rayons lumineux inverses*, de ces points aux courbes de l'espace, on obtient en a, b, c, des points de la séparatrice de la surface S.

(*b*) *Ombre portée par la surface* S' *sur la surface* S.

1° On cherche comme ci-dessus l'ombre totale portée par la surface S' sur le plan auxiliaire. (La figure n'indique pas les constructions faites à cet effet.)

Fig. 8



2° On prend les points de rencontre m', n'... de cette seconde ombre portée avec les ombres partielles N° 1', N° 2', etc... des courbes de la surface S et, remontant, par des rayons lumineux inverses, de ces points aux courbes de l'espace, on obtient en m, n.. des points de l'ombre portée cherchée.

Fig. 9

1er Cas — 2e Cas — 3e Cas

(*c*) *Points de perte.* — Les points p' et q', où se coupent les ombres portées totales sur le plan Z, permettent, comme l'indique la figure, 8 de remonter aux points de perte p et q sur la surface S.

(*d*) *Nota.* — Nous démontrerons au n° 6, théorème 2, qu'en ces points de perte p et q, la courbe d'ombre portée, *pmnq*, doit être tangente aux rayons lumineux.

(1) L'enveloppe d'une série de courbes est une autre courbe tangente à chacune des autres.

(e) *Remarques.* — 1° Cette méthode est générale ; c'est celle dont l'application est ordinairement la plus facile. Le plan auxiliaire, au lieu d'être choisi arbitrairement, peut être fourni par l'épure même. Au lieu d'un plan on pourra prendre toute autre surface auxiliaire : un cône, un cylindre.... Il est rare que dans les applications il n'y ait pas des surfaces sur lesquelles les ombres portées soient demandées. Dans ce cas, ces surfaces serviront d'auxiliaires pour l'application de la méthode des projections obliques.

2° L'aspect des ombres portées auxiliaires (fig. 9) permet de reconnaître les divers cas de l'ombre portée dans l'espace.

Dans le premier cas, la surface S′ ne porte pas d'ombre sur S.

Dans le second cas, l'ombre portée est fermée, sans points de perte.

Dans le troisième cas, l'ombre portée est ouverte et il y a deux points de perte répondant aux points p' et q'.

§ III. Les trois théorèmes généraux

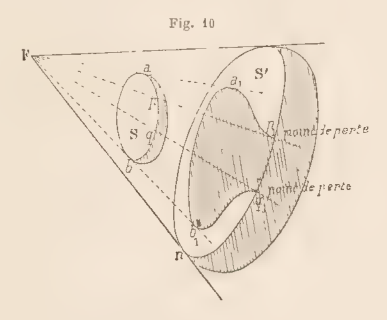
5. Théorème des contours apparents.

Le contour apparent d'une surface, sa séparatrice, et sa courbe d'ombre portée sur toute autre surface, ont, en projection ou en perspective, des tangentes lumineuses (1) *communes.*

On voit ce théorème observé sur les figures 3, 4, 8 ainsi que sur la figure 10 ci-contre. (Démonstration facile à faire.)

Il faut remarquer que (fig. 10), aux points a_1 et b_1 l'om-

Fig. 10



bre portée n'est tangente au rayon lumineux qu'en apparence : c'est-à-dire que la tangence ne se produit que pour la projection ou pour la perspective. Dans l'espace, il n'y a pas tangence. Il en est de même aux points a et b pour la séparatrice de la surface S et pour le rayon lumineux.

6. Théorème des points de perte. (Fig. 10.)

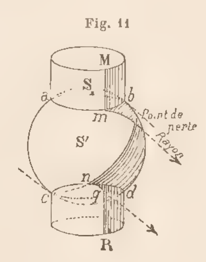
En tout point de perte, p_1 ou q_1, d'une ombre portée dans une ombre propre, la tangente à l'ombre portée est le rayon lumineux, non seulement en projection mais encore dans l'espace.

En effet ce rayon est une génératrice du cylindre (2) d'ombre de la surface qui porte ombre et, par suite, il appartient au plan tangent à ce cylindre. D'autre part il appartieut aussi au plan tangent à la surface qui reçoit l'ombre, puisque le point de perte est sur la séparatrice de cette dernière. Il est donc l'intersection de ces deux plans tangents et, par suite, il est la tangente à la courbe d'ombre portée, qui n'est autre chose que l'intersection du premier cylindre d'ombre et de la seconde surface. On voit le théorème du point de perte observé aux figures 3, 8 et 10. Ce théorème ne subit d'exception que dans le cas, très particulier, où les deux points de perte se rapprocheraient et arriveraient à se confondre en un seul (1).

7. Théorème des surfaces qui se coupent. (Fig. 11.)

Lorsque deux surfaces se coupent suivant une courbe a, b, l'ombre portée par la première sur la seconde, commence au point m où la séparatrice de la première rencontre l'intersection, et, en ce point, elle est tangente à cette intersection.

Fig. 11



En effet, en m, la tangente à la courbe d'intersection, ab, est l'intersection des plans tangents aux deux surfaces. La tangente à l'ombre portée, en ce même point m, est l'intersection du plan d'ombre de la première surface en m (lequel est aussi tangent à cette surface), avec le plan tangent à la seconde. Les deux mêmes plans donnent donc par leur intersection, à la fois, la tangente à la courbe ab et celle à la courbe mq. Donc ces deux tangentes ne sont qu'une seule et même droite, ce qu'il fallait démontrer.

L'application de ces trois théorèmes permet dans beaucoup de cas, en ne cherchant qu'un nombre très restreint de points des lignes d'ombre, de les tracer cependant avec beaucoup de précision et dans leurs véritables mouvements.

(1) Par abréviation, une tangente lumineuse est une tangente qui passe par la source lumineuse.

(2) Ou du cône. Sur la figure 10 c'est un cône d'ombre.

(1) Dans ce cas, les cordes communes aux indicatrices du cylindre d'ombre et de la surface, donneraient les tangentes à la courbe d'ombre portée. On le démontre dans les cours de géométrie descriptive supérieure.

CHAPITRE II

OMBRES PORTÉES SUR DES PLANS DE FRONT ET APPLICATIONS

§ I. — Ombres portées sur un seul plan de front

Avertissement. — Le lecteur est supposé bien connaître la géométrie descriptive ; c'est pourquoi, afin de ne pas trop charger le texte, nos explications seront très concises.

8. **Le rayon à 45°, et son rabattement à l'angle φ.** — En dessin géométrique, on considère les rayons lumineux comme émanant du soleil. Ils sont donc parallèles entre eux et, de plus, on les choisit parallèles à la diagonale d'un cube (fig. 12) qui aurait deux de ses faces parallèles aux

Fig. 12

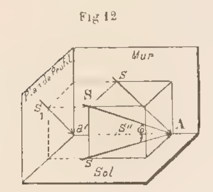
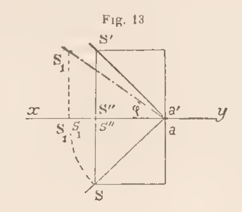


Fig. 13



plans de projection et, par conséquent, une troisième face de profil. — On nomme quelquefois ce cube, le *cube de lumière*.

Ce rayon a pour principal avantage de faire des angles égaux avec les plans de projection sur lesquels on figure les élévations, les plans et les coupes des objets. Nous désignerons cet angle par la lettre grecque φ.

Les projections font (fig. 13) des angles à 45° avec la ligne de terre ; mais il importe de remarquer que le rayon lumineux ne fait pas des angles de 45° avec les plans de projection. Pour avoir ces angles en vraie grandeur, il faut faire le rabattement suivant :

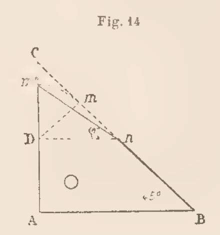
Rabattement du rayon a 45°. — Si on rabat le rayon lumineux en $a'S_1$ sur le plan vertical (fig. 13), il fait alors avec la ligne de terre l'angle φ.

On a : $\text{Tang.}\,\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$, d'où on déduit par des calculs trigonométriques faciles à effectuer :

$$\text{Sin.}\,\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}, \qquad \text{Cos.}\,\varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \qquad \text{et} \qquad \text{Cos.}\,2\varphi = \frac{1}{3}.$$

Équerre a l'angle φ. — La figure 14 donne le dessin d'une équerre à l'angle φ, très utile pour les tracés d'ombres usuelles. On fera bien de construire soi-même une équerre de ce genre.

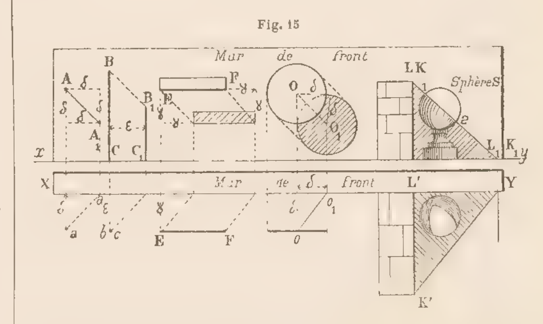
Fig. 14



9. **Ombre portée sur un plan de front par un point et par une droite dans différentes positions :**

(*a*) *Par un point :* Soit A*a* (fig. 15) un point situé à une distance, $\delta = 20^{mm}$, d'un plan de front XY. On a en A_1a_1 son ombre portée sur le mur : elle est obtenue en cherchant la trace verticale (A_1) du rayon lumineux issu du point *a*A.

Fig. 15



On remarque que l'ombre A_1, en élévation, est située à *droite* et *au-dessous* de A (élévation du point) à une distance égale à la saillie ($\delta = 20^{mm}$) du point A en avant du mur de front. De telle sorte que la connaissance de cette saillie, δ, suffit seule, sans avoir recours au plan, pour trouver l'ombre portée en élévation.

(*b*) *Par une droite verticale* BC et

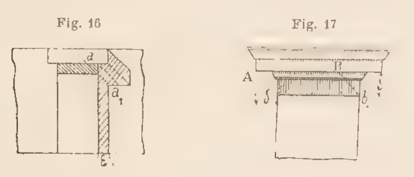
(*b'*) *par une droite fronto-horizontale* EF.

La première BC porte ombre en B_1C_1 à une distance à *droite* de son élévation égale à la saillie ; pour la seconde c'est *au-dessous* de son élévation qu'il faut compter la saillie.

(*c*) *Par une figure plane de front* (un cercle O par exemple).

Cette figure porte ombre en vraie grandeur. Cette ombre s'obtient en déplaçant l'élévation *à droite* et en *dessous*, de deux longueurs successivement égales à la saillie de la figure de front.

Pour un cercle, en particulier, il suffit de chercher comme ci-dessus, en O_1, sans se servir du plan, et en n'utilisant que la saillie, l'ombre du centre et de tracer, de O_1 comme centre, un cercle égal au cercle donné (Applications : fig. 16 et 17, ombres d'un larmier).


Fig. 16 Fig. 17

(*d*) *Par une droite debout* (1) (fig. 15) ; soit par exemple l'arête LK d'un mur perpendiculaire au plan vertical.

Le plan d'ombre d'une pareille droite est lui-même perpendiculaire au plan vertical et, par suite, l'ombre c'est-à-dire son intersection avec le mur et même avec tout autre objet, une sphère par exemple, se projette suivant une droite qui, se confondant avec la projection des rayons lumineux, est une ligne *droite* à 45°.

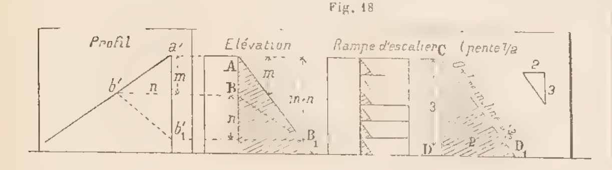


Fig. 18

(*e*) *Par une droite de profil*, inclinée sur le plan horizontal à la pente $\frac{m}{n}$ (fig. 18).

Il est facile de voir, en cherchant l'ombre portée AB_1, que cette droite est inclinée, par rapport à l'horizontale, à la pente $\frac{n+m}{m}$; c'est-à-dire à $n+m$ de hauteur pour m de base.

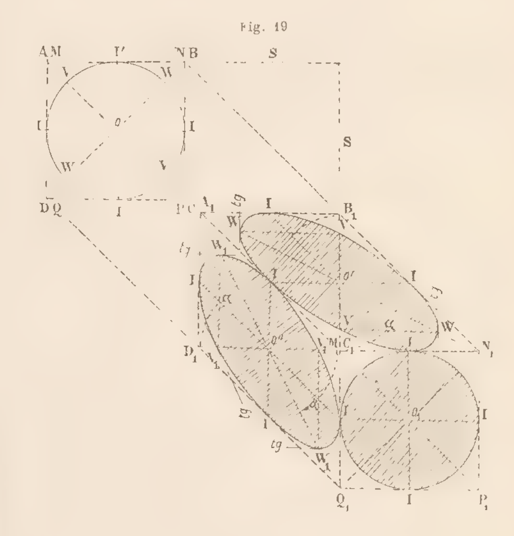
Exemple : Une droite de bout. Sa pente est nulle et égale à zéro ; la pente de son ombre est donc égale à $\frac{1}{1}$, c'est-à-dire qu'elle est inclinée à 45°, ce que nous avons vu plus haut.

Une droite de profil à 45°, c'est-à-dire inclinée à une pente $\frac{1}{1}$, aurait son ombre inclinée à la pente $\frac{1+1}{1} = \frac{2}{1}$.

Une rampe d'escalier (fig. 18) est en général inclinée à la pente $\frac{1}{2}$: La pente de son ombre est donc $\frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$ (3 de hauteur pour 2 de base). Ce dernier résultat est important à retenir pour le dessin d'architecture.

(1) Une droite debout est une droite perpendiculaire au plan vertical de projection.

10. Ombres portées par un cube et par un cercle, sur un plan de front. — Le plus ordinairement un cercle se présente de front, de niveau ou de profil.

Fig. 19


Supposons que nous ayons inscrit un cercle dans 3 des faces d'un cube, dont l'élévation serait ABCD (fig. 19). Cherchons d'abord l'ombre portée par le cube. Soit ABCD la face la plus rapprochée du mur, et MNPQ la face la plus éloignée.

On connaît, je suppose, la saillie de la face la plus rapprochée du mur. On en déduit, comme ci-dessus, en $A_1B_1C_1D_1$ en portant la saillie S à droite, puis en-dessous, l'ombre de cette face ; c'est un carré. Cela fait :

Le carré le plus en avant MNPQ ayant une saillie plus grande que celle du précédent de toute la longueur du côté du cube, on aura son ombre, $M_1N_1P_1Q_1$, en déplaçant le précédent carré en *dessous* et à *droite* de deux longueurs successivement égales à ce côté.

Cela met les deux diagonales A_1C_1 et M_1P_1 en prolongement l'une de l'autre et fait coïncider les 2 sommets M_1 et C_1.

Cela fait : On joint les sommets $A_1C_1 - B_1N_1 - D_1Q - M_1P_1$ par des lignes à 45°, et on a ainsi une perspective cavalière reproduisant l'ombre portée par le cube.

On fait sur cette figure les remarques suivantes :

1° La face supérieure du cube est un carré de niveau ; il porte ombre suivant le parallélogramme $A_1B_1M_1N_1$ dont la figure est facile à retenir. En effet : Un de ses côtés A_1B_1 est horizontal, l'autre est à 45°, sa petite diagonale B_1M_1 est verticale et égale au plus petit côté. L'autre diagonale A_1N_1 est inclinée à la pente 1/2.

Deux équerres à 45° $A_1B_1M_1$ et $B_1M_1N_1$ mises côte à côte, donnent une idée de ce parallélogramme.

2° Si on inscrivait un cercle dans cette face il porterait ombre suivant l'ellipse inscrite dans ce parallélogramme. Cette ellipse toucherait les côtés aux quatre *points milieux* I, I...

Les points V, V situés sur la petite diagonale (nous les nommerons les *points de petite diagonale*) partagent la moitié $o'B_1$ de cette dernière dans un rapport

$$\frac{o'V}{oB_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \text{(sensiblement) } 0{,}7.$$

La tangente en ces points est parallèle à la grande diagonale. Elle a donc une pente 1/2. Les points W, W (points de *grande diagonale*) situés sur la grande diagonale, la partagent aussi dans le rapport $1 : \sqrt{2} = 0{,}7$ (sensiblement). Les tangentes en ces points sont parallèles à la petite diagonale ; elles sont donc verticales.

Telle est l'ellipse, ombre portée par un cercle de niveau. Il est important de savoir la tracer sans hésitation et sans en chercher d'autres points que ceux qui viennent d'être trouvés.

3° Le carré de profil porte ombre suivant le parallélogramme $A_1D_1Q_1M_1$, et le cercle de profil suivant l'ellipse qui y est inscrite. C'est la même ellipse que la précédente que l'on aurait fait tourner autour de la droite A_1C_1, comme charnière.

Les points importants de cette dernière ellipse sont : les *points de milieux* I, I, ... Les points de *petite diagonale* V_1, V_1 et les points de *grande diagonale* W_1 et W_1. Aux points V_1, V_1 la tangente est inclinée à 2/1, aux points W_1 et W_1 elle est horizontale.

Remarque. — La figure 19 montre comment en décrivant de o', comme centre, avec $o'B_1$ comme rayon un arc de cercle, ce dernier rencontre la ligne à 45°, $o'I$ en un point qui est au niveau des points de diagonale V et W.

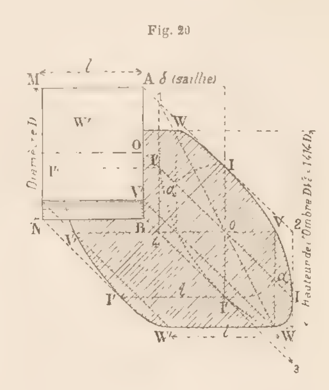
11. Applications à l'Architecture.

(*a*) *Ombre d'un fût de colonne : dont l'axe serait de niveau et de front c'est-à-dire : fronto-horizontal* (fig. 20).

On obtient en OV', par la simple connaissance de la saillie, l'ombre portée par l'axe sur le mur. On construit sur o, comme centre, le parallélogramme, ombre du carré de profil étudié ci-dessus.

Dans ce parallélogramme on inscrit l'ellipse connue étudiée au paragraphe précédent. Les tangentes aux points W, W, de grande diagonale, sont horizontales et donnent,

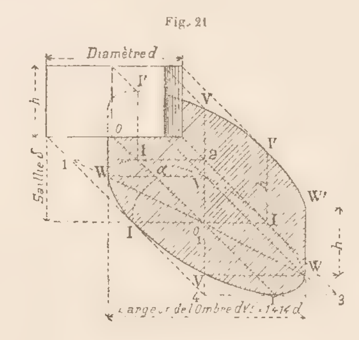
Fig. 20



par conséquent, les ombres portées par les génératrices d'ombre propre du cylindre ; elles constituent le contour rectiligne de l'ombre portée du fût cylindrique.

En remontant, par un rayon lumineux inverse, du point de tangence W en V' sur le cylindre, on aura un point V' d'ombre propre du cylindre. La séparatrice est la génératrice qui passe par ce point.

Fig. 21



L'ombre portée par la base de gauche s'obtient en déplaçant la précédente ellipse parallèlement à elle-même, de toute la longueur du cylindre.

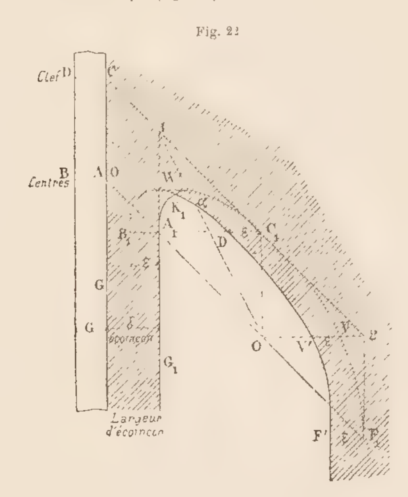
(*b*) *Remarque importante.* — L'épaisseur de l'ombre portée par le cylindre est plus grande que le diamètre, d, de ce dernier. Elle est égale à $d\sqrt{2}$ ou sensiblement $1{,}4d$, ou encore exactement égale à 4 fois la distance OV' qui sépare l'ombre propre du cylindre de la projection de son axe.

(*c*) *Ombre d'un fût de colonne vertical* (fig. 21). — Tout à

fait analogue à la précédente ; il est inutile de l'expliquer.

(*d*) *Ombre portée par une arcade de profil* (fig. 22) *et par la même arcade en coupe* (fig. 23).

Fig. 22

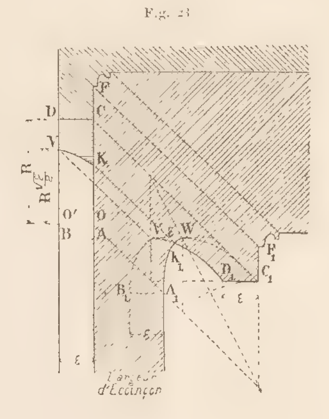


On tracera deux fois l'ombre précédente, c'est-à-dire l'ombre d'un cercle de profil. — L'épure se comprend facilement. Remarquer le point de brisure K_1 intersection des 2 ellipses.

Si l'arcade est coupée par un plan de front mené par son axe, l'ombre (fig. 23) se composera des moitiés des deux ellipses précédentes, réunies par l'horizontale D_1C_1 qui est l'ombre portée par la ligne de coupe CD, faite sur la clef de l'arcade. — De plus, dans l'intrados, nous aurons un fragment d'ellipse VK ombre portée par le cercle de gauche de l'arcade, sur cet intrados. (Sera démontré plus loin au paragraphe intitulé : *Ombre du pont.*)

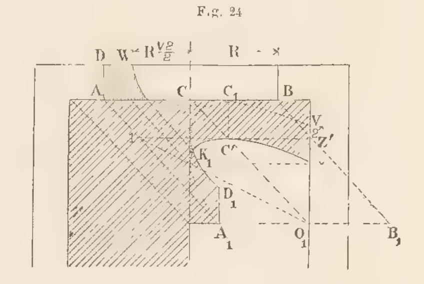
(*e*) *Ombre d'une ouverture cylindrique faite dans le plafond d'une salle carrée* (fig. 24). — Les explications sont

Fig. 23



inutiles. L'analogie avec la figure 23 est évidente : Seulement au lieu de considérer un demi-cercle de profil, on se reportera à l'ombre d'un demi-cercle horizontal.

Fig. 24



§ II. — Ombres portées sur plusieurs plans de front, ou ressaut des ombres

12. Ombres d'un larmier de front sur une série de plans de front.

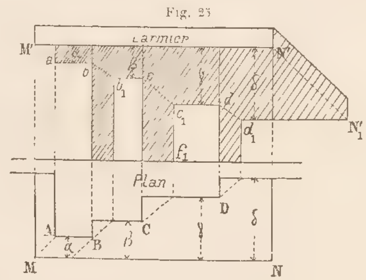
Soit une droite MN, parallèle à la ligne de terre, constituant l'arête d'un larmier, portant ombre sur une série de plans de front (fig. 24).

On voit facilement que l'ombre se *décroche* en $ab - b_1,c - c_1,d$... etc. et reproduit les saillies successives des murs, c'est-à-dire le profil même de ces murs pris en projection horizontale.

Un point tel que b, ou c, ou d, se nomme un *point limite* et l'on dit que l'ombre *ressaute* de c situé sur l'arête en c_1 situé sur l'ombre primitivement tracée du larmier MN. Donc c_1 est aussi un point de l'ombre portée par l'arête cC. Cette ombre est la verticale c_1f_1.

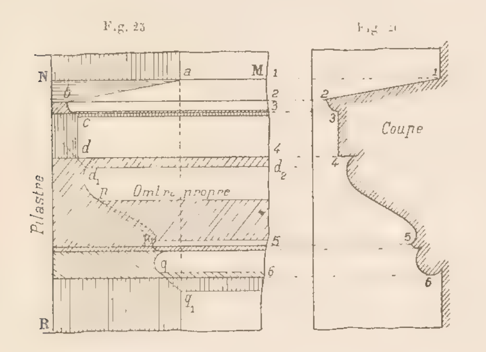
Les points tels que c_1, d_1,... se nomment *points de brisure*. En ces points viennent se croiser les ombres de deux lignes différentes.

Fig. 25



13. Ombre portée par l'arête verticale d'un mur (ou d'un pilastre) sur des moulures parallèles à la ligne de terre (fig. 25 et 26).

(*a*) *Décrochement de l'ombre.* — La ligne d'ombre reproduit, en sens inverse, le profil même de la moulure. — On peut donc, sans se servir d'un plan ni d'une coupe et, si l'on



connaît seulement le profil de la moulure et, en plus, le reculement d'une seule génératrice, tracer la ligne d'ombre (fig. 25 et 26).

La coupe (fig. 26) donne en 1,2,3,4,5,6 le profil de la moulure. La saillie de l'arête en creux 1, en arrière de la ligne verticale NR qui porte ombre étant connue, permet de tracer en *abcd*... en prenant *a* comme point de départ, le profil de la moulure, copié sur celui de la coupe. (Il serait donc inutile de tracer cette coupe).

C'est l'ombre géométrique portée par la ligne NR sur la moulure. On nomme cette courbe le *décrochement* de l'ombre. Il y a sur ce décrochement des lignes inutiles et il y manque les ombres propres des divers cylindres qui constituent les éléments de cette moulure, ainsi que les ombres que ses différentes parties portent les unes sur les autres, et que l'on nomme les *ombres autoportées*.

(*b*) *Ressaut de l'ombre.* — On complète de la manière suivante : On mène par tous les points limites tels que *d*..., que nous nommerons des points *limites anguleux*, des rayons qui font ressauter l'ombre de d en d_1. Par d_1 passe une des ombres portées d_1, d_2 par la moulure sur elle-même ; c'est ce que l'on nomme une ombre *autoportée*.

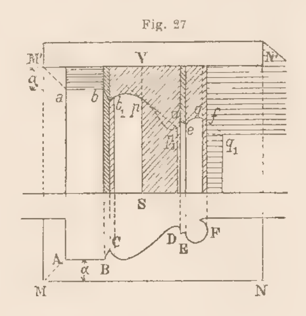
2° On mène les tangentes à 45° aux points tels que p et q, ce qui donne les *points de perte* ou *points limites tangentiels* (par opposition à points limites anguleux) et fournit en même temps les points de départ des lignes d'ombres propres.

3° Ces tangentes prolongées en p_1 et en q_1, jusqu'à leurs rencontres avec le profil tracé *à priori* pour le décrochement, donnent en p_1 et q_1 d'autres ombres portées par la moulure sur elle-même.

14. Ombre portée par un larmier fronto-horizontal, sur des moulures verticales.

On voit (fig. 27) un autre exemple du décrochement et du ressaut des ombres. C'est l'ombre portée par un larmier, M'N', parallèle à la ligne de terre sur une série de moulures verticales (baguette, filets, talon...).

Fig. 27



Le profil de la moulure est reproduit, *à priori*, en *abde*..., etc. ; c'est le *décrochement* de l'ombre ; on sépare ensuite les points limites *anguleux*, *b,d*... et les points limites *tangentiels* à 45° *p,q*... ; on achève comme ci-dessus, après avoir fait ressauter ces points limites tangentiels ou points de perte, en p_1 et q_1, qui sont les *points de brisure*.

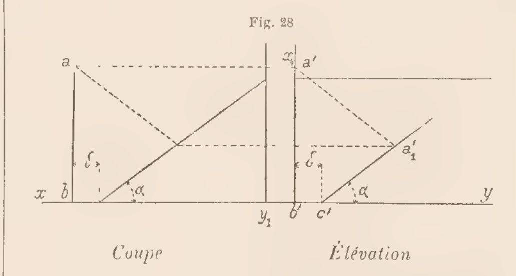
Les points de brisure p_1, q_1 servent de départ aux ombres autoportées.

15. Ombre portée par une droite verticale sur un plan parallèle à la ligne de terre (fig. 28).

C'est un cas particulier du problème précédent.

L'ombre est une droite $c'a'_1$, inclinée sur l'horizontale du

Fig. 28



même angle α que le plan fait avec le plan horizontal, et commençant en c' à une distance $b'c'$ du pied de la droite, égale à la saillie de ce pied, en avant de la trace horizontale du plan.

§ III. — Applications a l'architecture

16. Ombres d'un escalier avec rampe descendante.

L'escalier est incliné comme à l'ordinaire, à 1 de hauteur pour 2 de base. — En élévation (fig. 29), la partie de la rampe qui est debout donne de A en AA_1 une ligne d'ombre à 45°. — La saillie α fait connaître A_1 et l'ombre A_1L_1 portée par la partie inclinée de la rampe est penchée à 3 pour

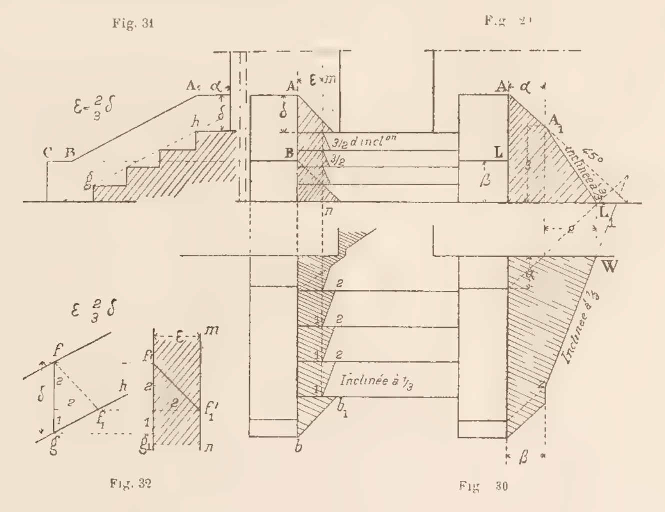
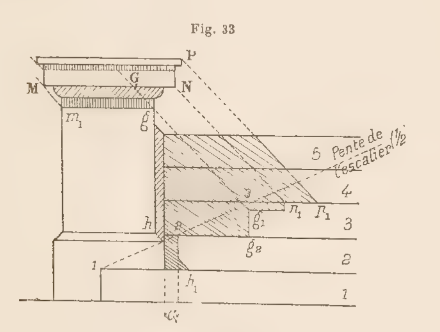


Fig. 31 Fig. 32 Fig. 29 Fig. 30

2 (voir n° 9-*e*). De même, les petites ombres portées sur les faces antérieures des marches et formant comme des *dents de scie* sont inclinées à 3 pour 2. — Les points de départ des dents de scie sur les arêtes sont sur une même droite *mn* dont la distance ε à la droite AB est les 2/3 de la hauteur δ de la droite AB au-dessus d'un plan fictif *gh* (fig. 31 et 32), qui passerait par toutes les arêtes saillantes des marches.

La figure 32, à plus grande échelle, montre pourquoi cette largeur ε est les 2/3 de la hauteur *fg*.

Fig. 33



En plan, la rampe donne, sur le sol et sur les dessus des marches, des ombres, telles que Z,W, inclinées à 1 pour 3, etc., etc.

17. Ombres d'un piédestal sur un escalier (fig. 33).

1° La saillie α (supposée connue) de l'arête *gh* en avant de la marche N° 2 donne *à priori* en $2h_1$ l'ombre portée sur la face antérieure de la marche N° 2.

2° Par le point 2 on mène la ligne 2, 3... inclinée à la pente de l'escalier (ici 1 de hauteur pour 2 de base) et on en déduit le *décrochement* d'ombre $2g_2g_1$...

3° On cherche l'ombre autoportée m_1g du piédestal et on fait ressauter de g en g_1 le point limite g..., etc. etc. Le reste de l'épure se comprend facilement (1).

18. Ombre d'une cheminée sur un toit (fig. 34).

1° Du pied z de l'arête de la cheminée sur le toit, on mène ZW inclinée à la pente (supposée connue) du toit.

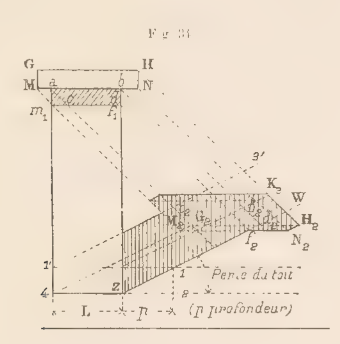
2° Portant de z en 2, la profondeur p (connue) de la cheminée, on en déduit sur la droite précédente, ZW, le point 1 et ensuite 1', pied, sur le toit, de l'arête postérieure de gauche ; 1'3', parallèle à ZW, est l'ombre de cette arête.

(1) Il est indispensable, pour le lecteur, de faire toutes ces épures à une assez grande échelle, en prenant d'autres données que celles des figures de l'ouvrage. On ne trouvera donc pas, tout à fait, les mêmes résultats. En se rendant compte des différences on fera une étude très profitable. Mais si l'on se contente de lire l'ouvrage, sans faire soi-même les épures, on n'arrivera jamais à posséder la pratique des ombres usuelles, pratique assez longue et assez difficile à acquérir.

3° En $G_2c_2b_2d_2$ on a le parallélogramme d'ombre portée par *abcd* de l'espace. C'est une ombre *noyée*.

4° On cherche en m_1f_1 l'ombre du larmier sur le corps de la cheminée.

Fig. 34

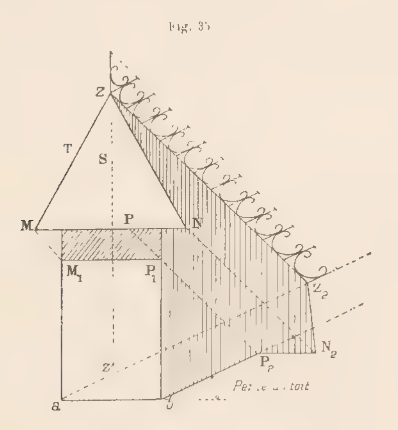


5° On fait ressauter cette ombre en $N_2H_2K_2$, et on remarquera que G_2 et M_2 sont sur une même ligne $4M_2G_2$ inclinée à la pente du toit et issue du point 4; de même K_2 et b_2 sont sur une même ligne à la pente du toit.

19. Ombre d'une lucarne sur un toit (fig. 35).

1° La verticale bP_1 donne une ombre bP_2 inclinée à la

Fig. 35



pente du toit et qui part du point *b* où l'arête bP_1 perce le toit.

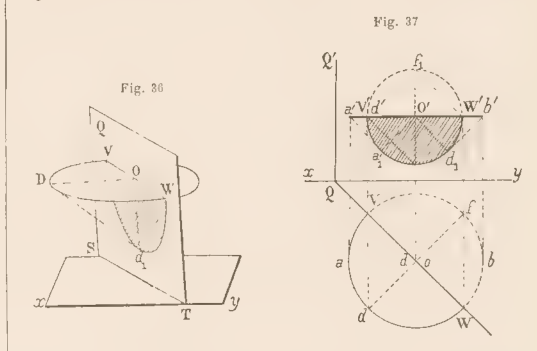
2° On prend en M_1P_1 l'ombre portée du toit de la lucarne sur la face antérieure.

3° On suppose que le rampant S de la croupe a la même pente que les pans latéraux (ZM et ZN); il en résulte que l'arête MZ et, par suite, le sommet Z sont dans un même plan vertical à 45°, avec aM_1; donc Z porte ombre en Z_2 sur la ligne aZ_2 inclinée à la pente du toit, etc.

4° Ombre d'une crête (voir le croquis) : cette derniere partie, toute de détail, se fait un peu de sentiment; on aura soin seulement d'incliner à la pente du toit les ombres portées par les tiges verticales de la crête.

20. Ombre d'un cercle horizontal sur un mur vertical fuyant à 45°.

Fig. 36 — Fig. 37



En perspective (fig. 36), le plan Q, vertical et incliné à 45° sur la ligne de terre, est coupé par un cercle horizontal VDW; on suppose que le centre O est dans le plan Q.

Nous appellerons un pareil plan : *un mur fuyant à 45°*.

(*a*) *Epure* (fig. 37). — Deux diamètres VW et *fd* à angle droit du cercle donneront 2 diamètres conjugués f_1O' et V'W' de l'ellipse d'ombre portée. On remarquera : 1° que ces diamètres sont à angle droit; 2° qu'ils sont égaux : *donc l'ombre portée se projette suivant un cercle.* Ce cercle passe par les points V' et W', à 45°.

(*b*) *Nota.* — Ce cas particulier, où l'ombre portée par un cercle nous apparaît circulaire, nous sera surtout utile pour les épures qui vont suivre et nous facilitera l'application de la méthode des projections obliques.

CHAPITRE III

OMBRES POUR LES SURFACES DE RÉVOLUTION EN SAILLIE

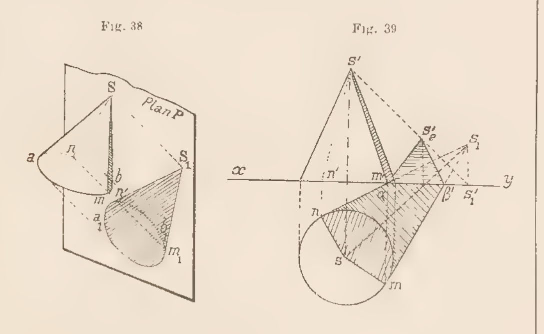
A. — Ombres propres.

§ I. — Surfaces coniques ou cylindriques

21. Ombre du cône de révolution quelconque (fig. 38).

(*a*) *Méthode générale dans l'espace :* 1° Prendre un plan auxiliaire quelconque P, sur lequel on cherche en a_1b_1 l'ombre portée par la base et en S_1 celle du sommet; 2° mener les deux tangentes S_1m_1 et S_1n_1; 3° remonter par des rayons inverses de m_1 en m et de n_1 en n sur la base ; l'ombre propre est Sm et Sn.

(*b*) *Remarque.* — Le plan P sera choisi : ou bien passant par la base ab, alors il est inutile de chercher l'ombre de cette base; ou bien passant par le sommet, il est inutile alors de chercher l'ombre du sommet.



(*c*) *Epure.* — 1re *Méthode* : En cherchant l'ombre portée sur le plan horizontal (fig. 39) :

1° On a en S'_1S_1 l'ombre portée du sommet sur le plan horizontal ;

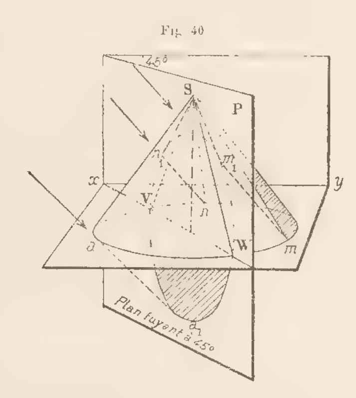
2° On mène les deux tangentes S_1m — S_1n à la base ; ce qui donne l'ombre portée du cône sur le sol ;

3° Les génératrices d'ombre propre sont : Sm — S$'m'$ et Sn — S$'n'$;

4° On prend en S'_2 l'ombre portée du sommet sur le mur, et on joint aux *points de pliure* α et β', où la première ombre portée coupe la ligne de terre ; ce qui donne en $\alpha S'_2\beta'$ l'ombre portée sur le mur.

(*d*) 2e *Méthode : Emploi du mur fuyant à 45°.* — Solution dans l'espace (fig. 40).

1° On prend un mur fuyant à 45°, P, passant par l'axe et, par suite, contenant le sommet S ;



2° On y cherche en Va_1W l'ombre portée par la base (n° 20). On sait qu'elle passe par les points à 45°, V et W, de la base et que, en projection verticale, cette ombre sera projetée suivant un cercle ;

3° Le sommet S étant dans le plan P est à lui-même son ombre portée ;

4° On mène les tangentes Sn_1 et Sm_1 à l'ombre de la base ;

5° Par des rayons lumineux m_1m et n_1n on reporte m_1 en m et n_1 en n sur la base : L'ombre propre du cône est Sm et Sn.

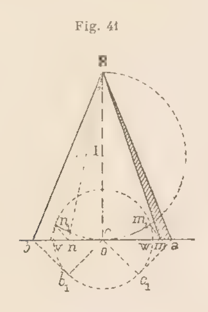
Épure (fig. 41) : Soit Sab, le cône, d'axe vertical, et donné en élévation seulement.

1° On cherche en Vb_1W le cercle, ombre portée de la base sur le mur fuyant à 45° (voir n° 20) ;

2° On lui mène les tangentes par le point S, et on prend en m_1 et n_1 les points de contact ; le tracé le plus exact

pour obtenir avec précision ces points de tangence consiste, du point I milieu de SO, comme centre, à décrire une circonférence n_1m_1S ;

Fig. 41



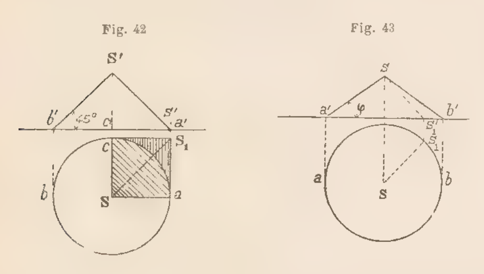
3° Par des rayons à 45°, m_1m et n_1n, on reporte les points de tangence m_1 et n_1 sur la base : L'ombre propre est déterminée par les génératrices S*m* (vue) et S*n* (cachée).

22. Cône à 45°. — Cône à l'angle φ. — Cône sans ombre.

(*a*) *Cône dont l'angle à la base est de* 45° (fig. 42).

En faisant la construction précédente, on voit que les

Fig. 42 Fig. 43



lignes d'ombre propre S*a* et S*c* sont, l'une la génératrice du contour apparent vertical S*a* — S'*a*' du cône ; et l'autre la génératrice centrale S*c* — S'*c*'. Le cône a donc le quart seulement, CS*a*, de sa surface dans l'ombre. — Cette ombre est tout entière cachée en élévation (fig. 42).

(*b*) *Cône dont l'angle à la base est* φ.

Le rayon lumineux du sommet SS_1 ne quitte pas la surface du cône, puisque ce cône est lui-même incliné à l'angle φ. Donc S_1, ombre portée du sommet, tombe sur la base. L'ombre propre se réduit à la ligne SS_1. — En réalité il n'y a pas d'ombre (fig. 43).

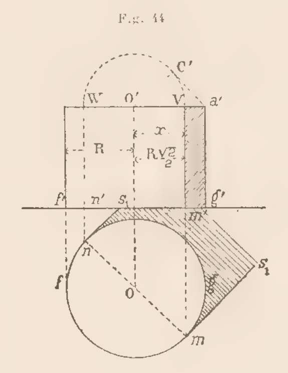
(*c*) *Cône sans ombre.* — A plus forte raison, tout cône plus aplati que le cône à l'angle φ, n'a pas d'ombre propre ; c'est un *cône sans ombre.*

Nota. — On cherchera ces ombres lorsque le cône a son sommet au-dessous de sa base.

23. Ombre du cylindre.

En considérant un cylindre comme la limite d'un cône dont le sommet serait à l'infini, on est conduit à mener à la base les deux tangentes à 45° mS_1 et nS_1 : les génératrices d'ombre propre sont donc *m'* et *n'*.

Fig. 44



Elles passent par les points à 45° de la base V et W et le tracé par le cercle O'C'*a*' les donne simplement (fig. 44).

Remarque. — Soit x la distance entre l'axe et la génératrice d'ombre propre ; on a : $x = \frac{R\sqrt{2}}{2} = 0{,}707R$, c'est-à-dire sensiblement $\overline{OV} = 0{,}7R$, ou $\overline{Va'} = 0{,}3R$.

§ II. — Surfaces de révolution non réglées

24. Ombre de la sphère, le rayon lumineux étant de front.

Pour simplifier, le rayon lumineux a été rendu parallèle au mur, c'est-à-dire projeté à l'angle φ (fig. 45).

(*a*) *Ombre propre.* — Le rayon lumineux étant parallèle au plan vertical, le cercle de contact du cylindre d'ombre et de la sphère qui a son plan perpendiculaire au rayon lumineux et par suite, aussi, au plan vertical, se projette, en élévation, suivant une ligne droite *m'n'* perpendiculaire au rayon φ. En projection horizontale ce sera une ellipse, projection du cercle *m'n'*. Ses deux axes sont *cd* et *mn*.

Calcul de y (demi petit axe). — On a sur l'élévation $y = \overline{o'u'} = R\sin\varphi$: mais $\sin\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$; donc $y = R\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Donc : *Le petit axe de l'ellipse d'ombre propre de la sphère est égal au tiers du côté du triangle équilatéral inscrit dans le contour apparent.* D'où l'on déduit :

Construction pratique : Prendre $dK = R$; joindre K*c*,

et la rencontre en m avec le rayon central oo_1 donne l'extrémité du petit axe.

(*b*) *Ombre portée sur le plan horizontal* : C'est l'ellipse $o_1 - n_1m_1c_1d_1$. Son petit axe c_1d_1 est égal au diamètre et perpendiculaire au rayon lumineux ; son demi-grand axe

Fig. 45

$z = o_1m_1$. Il est facile à calculer.

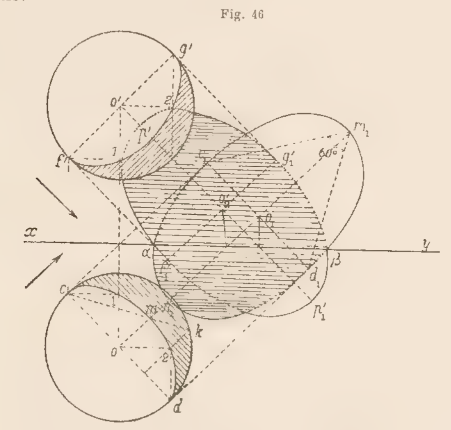
En effet : on a sur l'élévation :

$$z \sin \varphi = \mathrm{R}, \quad \text{d'où} \quad z = \frac{\mathrm{R}}{\sin \varphi} \quad \text{et} \quad z = \mathrm{R}\sqrt{3}\,;$$

d'où le tracé suivant :

1° Prendre $z = 3$ fois y ; ou 2° sur c_1d_1 comme base, construire des triangles équilatéraux ; les sommets n_1 et m_1 de ces triangles équilatéraux sont les extrémités du grand axe.

Fig. 46

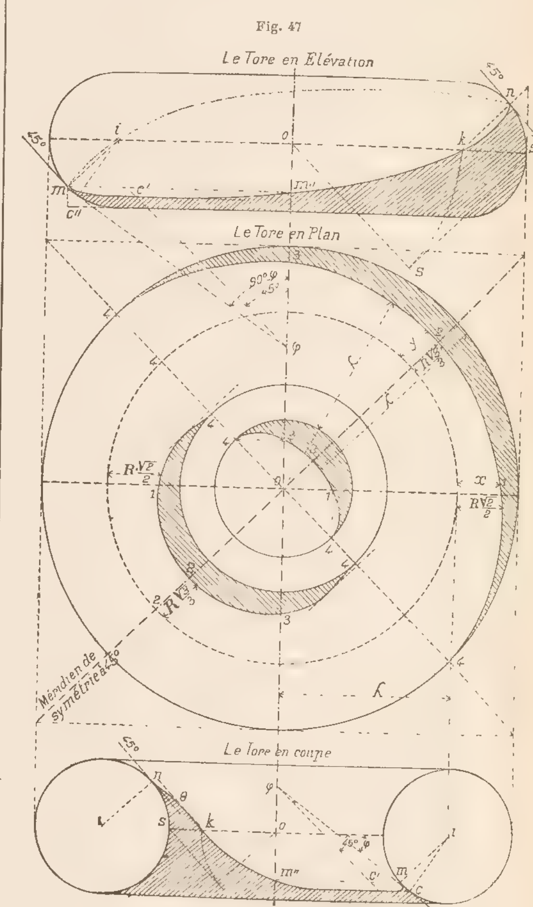


25. Ombre de la sphère dans le cas général. (Fig. 46.)

Il suffit de reporter les résultats obtenus au n° **24**, en les orientant à 45°.

(*a*) *Ombres en plan* : On a en o_1 l'ombre portée du centre. — Le petit axe de l'ellipse d'ombre portéee est c_1d_1 perpendiculaire au rayon lumineux et égal au diamètre de la sphère ; — le grand axe o_1m_1 s'obtient par le triangle équilatéral (n° **24**-*b*). — Quant à l'ombre propre, son grand axe

Fig. 47



cd est égal au diamètre de la sphère ; son petit axe est obtenu comme au n° 24-*a*, en om.

Nota. — Les points à 45° d et c, donnent en 1 et 2, en les projetant sur les diamètres $o1$ et $o2$, des points de l'ellipse (sera démontré au n° suivant).

(*b*) *Ombres en élévation.* — Ayant en o'_2 l'ombre portée par le centre sur le mur (la saillie du centre suffit pour la déterminer), on achève exactement comme pour le plan en utilisant les triangles équilatéraux.

(*c*) *Remarque.* — Les *points de pliure* α, β, où la première

ellipse d'ombre portée rencontre la ligne de terre, appartiennent aussi à l'ellipse, ombre portée sur le mur.

26. Ombre propre d'une surface de révolution quelconque : un Tore.

(*a*) *Ombre du tore en élévation* (fig. 47).

Les points sur le contour apparent s'obtiennent en m et n par les tangentes à 45° (voir n° 5 Théorème des contours apparents). — Par raison de symétrie le point m'' projeté dans l'axe s'obtiendra en menant l'horizontale mm''. — Le point K sur l'équateur s'obtiendra à l'aide du cercle oSK construit comme on vient de le voir pour les cylindres. (Application de la méthode des surfaces circonscrites.)

Pour trouver le point le plus bas c', on appliquera la méthode des plans sécants. On suppose que le méridien à 45°, parallèle aux rayons lumineux, nommé le *méridien de symétrie à 45°*, a été amené de front entraînant avec lui le rayon lumineux qui se projette alors à l'angle φ.

On mène donc au méridien principal la tangente $\varphi c''$ à l'angle φ ; puis on ramène le point de tangence c'' à sa place en c' par une rotation inverse.

Dans ce mouvement, le point φ situé sur l'axe ne bouge pas. Le point c'' se déplacera horizontalement. Le rayon φ redevient rayon à 45°, ce qui donne le point le plus bas c' : Le point φ n'ayant pas bougé, le point c'' sera aussi sur la ligne à 45° menée par φ.

On a de cette manière cinq points rapidement obtenus et les tangentes en trois de ces points, n, m, c', ce qui suffit largement dans la pratique.

(*b*) *Ombre du tore en coupe.*

L'ombre du même tore, vu en coupe, s'obtiendrait de la même manière (fig. 49); seulement elle se compliquerait de la recherche du point de passage θ (1).

Dans la pratique on n'obtient ce point qu'approximativement en se fondant sur la propriété, que possède la courbe d'ombre, d'y être tangente au rayon lumineux. (Voir Géométrie descriptive).

Il est évident que sur toutes les autres surfaces de révolution on tracera l'ombre propre par les mêmes procédés rapides que ceux que l'on vient d'indiquer.

(*c*) *Ombre du tore en plan* (fig. 48).

1° Points sur l'équateur 4, 4, obtenus par les tangentes à 45°. (Théorème des contours apparents, n° 5.)

2° Points 1 et 1 — 3 et 3, sur les méridiens de front et de profil, obtenus en menant à la méridienne principale, en élévation, les tangentes à 45° et rappelant ces points.

3° Point le plus haut et le plus bas 2, 2, dans le méridien de symétrie à 45°, obtenus en menant à la méridienne des tangentes à l'angle φ, et les ramenant ensuite en place.

Remarque. — L'ombre, en plan, est ce que l'on nomme une *conchoïde* de l'ellipse 424, ombre propre de la sphère centrale. On l'obtiendrait géométriquement en menant des rayons tels que θ, λ, prenant leur intersection avec l'ellipse d'ombre de la sphère centrale, et reportant, soit d'un côté, soit d'un autre, une longueur, λ, constante et égale à la distance du centre du tore au centre du cercle méridien. Cela est facile à démontrer.

(1) Le point de passage θ est caractérisé par ce fait qu'en ce point commence l'*ombre autoportée* de la surface sur elle-même, et que l'ombre propre cesse d'y être réelle. Voir Géométrie descriptive : Compléments.

B. — Ombres portées.

§ 1. — Les surfaces sont cylindriques ou coniques.

27. Ombre dite « Ombre du tailloir » (fig. 50).

Le tailloir AB fait, par rapport au nu de la colonne, une saillie λ, qui est la même de tous les côtés.

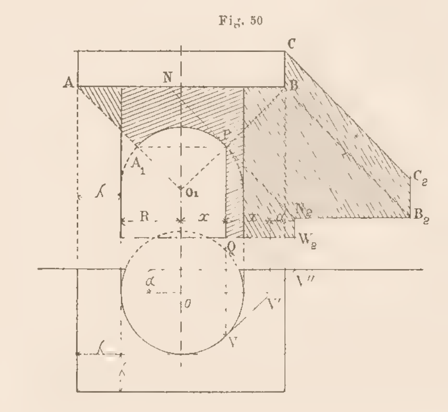
On suppose l'axe de la colonne dégagé hors du mur d'une quantité α, ordinairement égale à 1/3 R. (R étant le rayon du fût.)

L'ombre portée sur le fût est, d'après la théorie du ressaut des ombres, un cercle décrit de O_1 comme centre. Ce cercle n'est à conserver qu'entre A_1 ombre de l'angle gauche A du tailloir et P, point de perte (tangente à 45°).

PQ est l'ombre propre du fût; son ombre portée sur le mur est en N_2, à une distance de l'ombre propre égale à $x + \alpha$.

Le reste de l'épure se comprend facilement; on voit qu'il est inutile de se servir du plan ; la connaissance du dégagement α de l'axe est suffisante.

Fig. 50

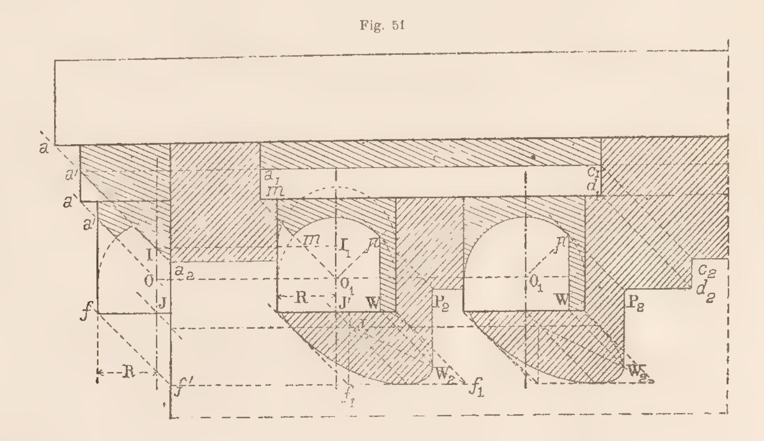


28. Application.— Gouttes et leur bandeau dans l'ordre dorique (fig. 51).

Le profil de gauche permet de trouver en a_1, c_1 l'ombre du bandeau de l'architrave sur le bandeau des gouttes et en a_2, c_2 l'ombre (interrompue par les gouttes) du bandeau de l'architrave sur l'architrave elle-même.

On suppose que les gouttes sont des cylindres dont l'axe est dégagé du mur de la quantité α. L'arête *md* du bandeau des gouttes porte ombre sur les gouttes suivant des arcs de cercle décrits des points O_1 et O_1 comme centres.

Fig. 51



Aux points de perte *p*, *p*, répondent les points de brisure P_2, P_2 de l'ombre portée sur l'architrave.

Enfin les cercles de base des gouttes donnent, pour ombres, des demi-ellipses inscrites dans les demi-parallélogrammes J_1, f_1, f_1 étudiés plus haut et dont le croquis ci-joint suffit à faire comprendre la construction.

Nota. — On engage le lecteur à faire cette épure dans le cas où les gouttes sont tronconiques, ou même en forme de pyramides, au lieu d'être cylindriques.

29. Ombre du listel saillant. (Colonne dégagée de 1/3 de R. Fig. 52.) — (*a*) *Ombre portée sur le fût* :

1° Ombres propres. — Chercher en W et V comme il a été indiqué plus haut les ombres propres des deux cylindres.

Nota. — Le cercle de rayon OW, prolongé jusqu'à l'axe, donne en φ le point d'arrivée du rayon φ mené par A.

2° Point de perte. — Le même cercle OW, recoupe la génératrice d'ombre propre du fût (V'V) au point de perte *p*. — (La tangente à l'ombre portée y est à 45°. — Théorème du point de perte, n° 6.)

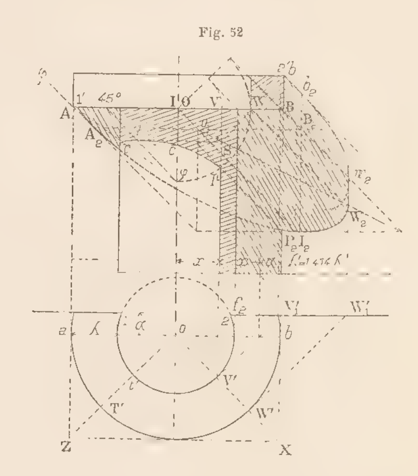
3° Point le plus haut. — On applique pour ce point *t* la méthode des plans sécants. Par raison de symétrie il est dans le plan OZ, que nous avons nommé le *plan de symétrie à 45°*, par opposition avec OX qui est le *plan fuyant à 45°*.

On rabat de front ce plan. Il devient le méridien principal ; T' vient en *a*A ; le rayon φ mené par A recoupe le méridien du petit cylindre en un point que l'on ramène en *t* par une rotation inverse de 45°.

Remarque. — En menant la droite WS, inclinée à 45° et ramenant, symétriquement à l'axe, le point S en *t*, on obtient le point le plus haut d'une manière peut-être plus simple.

Les points *t* et *p*, avec leurs tangentes, suffisent largement en dessin pour tracer la courbe.

Fig. 52



4° Point dans l'axe *c*. — La courbe tracée le donne par continuité ; mais on pourrait l'obtenir directement (question à chercher). Dans le dessin pratique, il est inutile de l'obtenir directement.

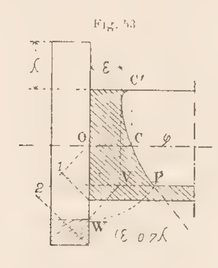
5° Point sur le contour apparent de gauche C'. — Il est,

par raison de symétrie (indiquée plus haut), au même niveau que le point dans l'axe c. Il serait facile de l'obtenir directement; c'est une question à chercher.

(*b*) *Ombres portées sur le mur.* — On connaît le dégagement α (ordinairement $= 1/3R$) de l'axe de la colonne. On en déduit en A_2B_2, situé à la distance α au-dessous de AB, l'ombre du diamètre AB, lequel est de front dans la base du listel. L'ellipse d'ombre portée $A_2I_2W_2B_2$ se trace comme il a été dit. (Ombre d'un cercle horizontal, nos 10 et 11.)

L'ombre portée de la colonne $P_2V'_1$ est à une distance de son ombre propre pV égale à $x + \alpha$. Dans cette formule x est la distance de l'ombre propre de la colonne à l'axe de

Fig. 53



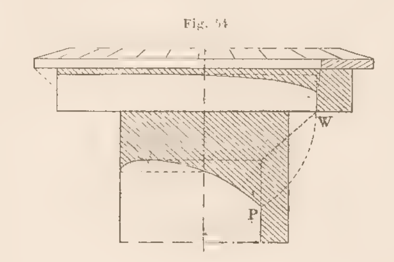
cette dernière, et α est la saillie de l'axe en avant du mur.

Remarques. — 1° p point de perte et P_2 point de brisure, sont à 45° l'un sur l'autre; — 2° de même pour W et W_2; — 3° (*important*) l'ombre portée w_2W_2 du listel déborde l'ombre portée $P_2V'_1$ du fût d'une quantité $\lambda' = \lambda\sqrt{2}$, soit $1{,}414\,\lambda$, c'est-à-dire environ $1{,}5\,\lambda$, — λ étant la saillie du listel sur le fût.

(*c*) *Même ombre dans d'autres positions.* — Dans le dessin de machines (fig. 53) le cylindre est très souvent horizontal, et le listel forme ce que l'on nomme le *collet* d'un arbre ou d'un tourillon. Les points importants, point le plus près, point de perte P, point sur l'axe C, point sur le contour apparent C', s'obtiennent par les mêmes tracés que ci-dessus mais différemment orientés.

En architecture on rencontre cette ombre dans les temples

Fig. 54



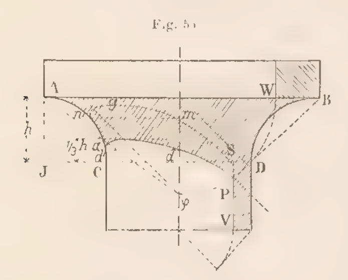
circulaires (fig. 54) tels que les temples dédiés à Vesta, dans l'antiquité.

Sur la figure 54 les colonnes du portique circulaire ne sont pas figurées; le plan serait nécessaire ici pour déterminer les ombres portées par les colonnes sur le mur cylindrique du portique.

§ II. — Les solides comportent des surfaces de révolution quelconque

30. Ombre du listel avec congé circulaire (fig. 55). — (*a*) *Ombres propres.* — Elles se tracent comme à l'ordinaire. L'ombre propre du fût VS se continue sans se raccorder,

Fig. 55

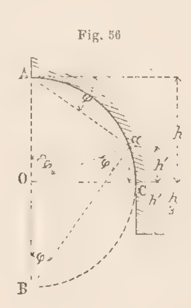


par l'ombre propre, *virtuelle d'ailleurs,* S*mgn,* du tore en creux qui constitue le congé. (Voir ombre du tore en coupe);

(*b*) *Point de perte* P, comme au n° 29;

(*c*) *Point le plus haut* α'. — Mener par A le rayon φ; prendre en α son recoupement avec le congé et ramener

Fig. 56



par une rotation inverse de 45°, en utilisant le point φ sur l'axe, qui ne bouge pas.

(*d*) *Remarque.* — La figure ci-contre (fig. 56), tracée à plus grande échelle, fait voir que l'angle αOA est égal à

2φ; et l'on a, en appelant h' la hauteur du point α au-dessus du point de naissance C, et h celle du congé :

$$h = h \cos . 2\varphi .$$

Et comme $\cos . 2\varphi = \frac{1}{3}$ (n° 8), on a $h' = \frac{1}{3} h$.

Ce résultat est important à retenir, car il permet, sans épure, d'obtenir le point le plus haut en le plaçant au tiers de la hauteur du congé.

Cette même remarque sera utilisée plus loin pour l'ombre de l'écuelle.

31. Ombre de l'astragale, c'est-à-dire ombre d'un tore sur un cylindre ayant le même axe que lui. — On supposera que la colonne n'est pas dégagée, c'est-à-dire que son axe est sur le nu du mur.

Si l'axe était dégagé d'une quantité α, cela reculerait d'autant, en dessous et à droite, les ombres portées sur le mur.

(*a*) *Ombre propre du tore* (voir n° 26). — b et a sont les points de contours apparents (tangentes à 45°); b est ramené horizontalement dans l'axe et donne le point C, sur le méridien de profil.

Le point f sur l'équateur est obtenu en considérant le cylindre circonscrit tout le long de l'équateur ; on a :

$$\mathrm{I}f \text{ ou } x = \overline{\mathrm{IF}} \frac{\sqrt{2}}{2};$$

le point f porte ombre sur le mur en f_2 et l'on a : $f\mathrm{K} = \mathrm{I}f$.

De même le point C porte ombre en C_2, et C_2 est à plomb de a, car la saillie de C est égale à Cb.

Le point S, le plus bas, est obtenu en menant la tangente φ au méridien et ramenant le point de tangence en S. — Le point S porte ombre en S_1 sur le cylindre, ce qui donne le point *le plus haut* de l'ombre portée sur le cylindre. En φ, *situé sur l'axe*, on a l'ombre portée de S sur le mur.

L'ombre portée du tore sur le mur est donc une courbe passant par les points suivants :

b (tangente à 45°). — g (sur le contour apparent du cylindre). — φ (sur l'axe, la tangente y est inclinée à 1/2). — C_2 (tangente horizontale). — f_2 (tangente verticale) et a (tangente à 45°) ;

(*b*) *Ombre propre du fût.* — Elle est tracée en PV comme à l'ordinaire. L'ombre portée est P_2V_2 obtenue en doublant la distance x ;

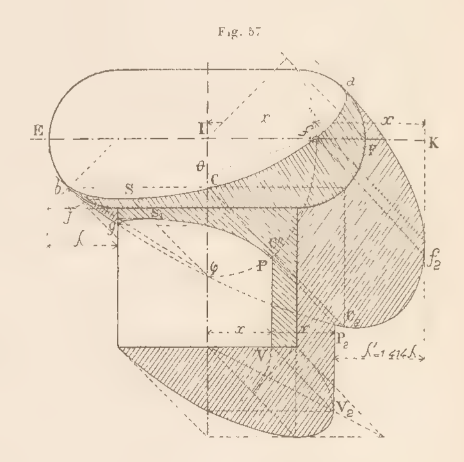
(*c*) *Ombre portée par le tore sur le fût.* — Le point de *brisure* P_2, remonté à 45°, sur PV, donnera le point de perte de l'ombre portée par le tore sur le cylindre (tangente à 45°). — Cette ombre portée peut donc se tracer passant en P (tangente à 45°), et en S_1 tangente horizontale.

Nota. — Le point dans l'axe sera ramené horizontalement en g sur le contour apparent de gauche (tangente verticale).

32. Recherche directe du point de perte.

(*a*) *Courbe ovale ou ombre portée du tore sur le mur auxiliaire fuyant à 45°* (fig. 57). — Cherchons d'abord en $f\mathrm{P}\varphi$, l'ombre que porterait le tore sur le mur fuyant à 45°.

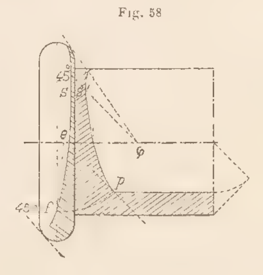
Fig. 57



Cette ombre auxiliaire, que nous nommerons *la courbe ovale du tore*, à cause de sa forme $f\mathrm{P}\varphi$ (ce n'est pas une ellipse) nous sera nécessaire pour les épures des leçons suivantes.

Nous la considérerons comme l'enveloppe des ombres portées sur le mur fuyant à 45°, par les parallèles du tore ; on sait que ces ombres de parallèles sont des cercles et nous avons appris n° 20 à les déterminer en se servant de l'équerre à 45°.

Fig. 58

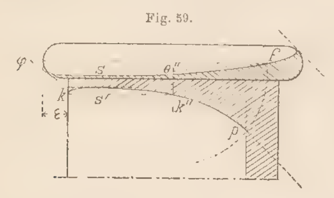


L'équateur EF (fig. 57) donne le cercle If, et fournit ainsi le point f de la courbe ovale (tangente verticale). Le parallèle à 45°, bC, donne un cercle de rayon CC″, et fournit le point C″ de la courbe ovale (tangente à 45°). Enfin le point φ, sur l'axe, est l'ombre portée du point le plus bas S ; il appartient à la courbe ovale (tangente horizontale).

Cette courbe ovale rencontre en P l'ombre propre PV du fût qui est aussi dans le mur à 45° ; donc P est le point de perte (tangente à 45°).

(*b*) *Remarque*, 1. — Dans les applications le tore a presque toujours une très faible hauteur par rapport à sa largeur. Dans ce cas, à la courbe ovale on peut substituer, par approximation, un cercle obtenu de la manière suivante :

Fig. 59.



En prenant un point θ (fig. 57) situé sur l'axe, au tiers environ de CI, et décrivant de ce point comme centre, avec θ*f* pour rayon, un cercle; ce cercle peut remplacer, *sans erreur sensible*, la courbe ovale; mais nous le répétons, il faut pour cela que le cercle générateur du tore ait un rayon très petit (fig. 59).

(*c*) *Remarque*, 2. — L'astragale peut, comme figure 58, accompagner un cylindre horizontal. Les ombres s'obtiennent par le même tracé, mais orienté différemment.

CHAPITRE IV

OMBRES POUR LES SURFACES DE RÉVOLUTION EN CREUX

§ I. — Les surfaces sont cylindriques ou coniques

32. Ombre d'un cylindre de machine à vapeur, en coupe, avec son piston en saillie.

(*a*) *Ombre du couvercle* AB. — La droite AB, coupe du couvercle, donne (fig. 60) une ombre portée qui (voir *Ressaut des ombres*) est un demi-cercle décrit sur AB comme diamètre.

Fig. 60

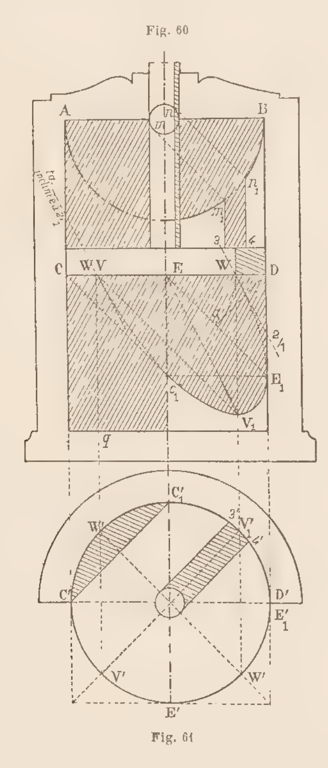


Fig. 61

L'ombre $m_1 3$ et $n_1 4$ de la tige du piston s'obtient en inscrivant le cercle *mn* dans la tige et lui menant des tangentes à 45°. En réalité, le demi-cercle AB et le petit cercle *mn* remplacent une projection horizontale.

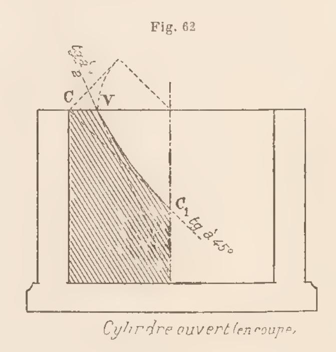
(*b*) *Ombre du piston saillant.* — Chercher en W l'ombre propre, *réelle*, du piston et en V*q* l'ombre propre, *virtuelle*, du cylindre creux.

L'ombre est portée par le cercle saillant CD dans le cylindre creux qui a ce même cercle pour base. Donc, d'après ce théorème connu : « *Lorsque deux surfaces du « second degré, cônes, cylindres, sphères, etc., ont une courbe « d'entrée plane, la courbe de sortie est plane également* (1), » l'ombre est une section plane du cylindre et, par suite, c'est une ellipse. Deux diamètres à angle droit du cercle (par exemple W′W′ et V′V′) donneront donc deux diamètres conjugués de l'ellipse. — En élévation (fig. 60), VW est conjugué de EV_1, et comme EV_1 est incliné à 2 de hauteur pour 1 de base, on en conclut que les tangentes aux points de départ V et W sont inclinées à 2 de hauteur pour 1 de base, etc. Suivre l'épure sans autres explications.

(*c*) *Remarque.* — C porte ombre en c_1 dans l'axe (tangente à 45°) et E porte ombre en E_1 (contour apparent, — tangente verticale).

33. Ombre d'un cylindre ouvert, dite « ombre du pont » (fig. 62).

Fig. 62



Cylindre ouvert (en coupe)

(*a*) *Demi-cylindre vertical.* — Le demi-cylindre de la figure 60 est supposé ouvert à sa partie supérieure. Dans

(1) Voir Géométrie descriptive.

ce cas, nous n'avons à garder de la demi-ellipse de tout à l'heure, que la portion VC_1 ; on remarquera (fig. 62) :

1° Que le point de départ V de l'arc d'ellipse est le point à 45° de gauche du demi-cercle de base du cylindre et qu'en ce point la tangente y est inclinée à 2 de hauteur pour 1 de base ;

2° Que le point dans l'axe C_1 est à 45° avec le point de gauche C du demi-cercle et qu'en ce point la tangente y est la ligne à 45° issue du point C. — Cela suffit pour tracer l'arc d'ellipse.

(*b*) *Demi-cylindre horizontal. — Pont en coupe* (fig. 63). — Si le demi-cylindre est à génératrices horizontales, comme cela se présente dans un pont cylindrique en coupe,

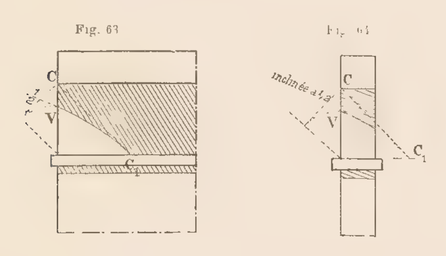


Fig. 63 Fig. 64

le tracé est analogue : Le point de départ est V, situé à 45° sur le demi-cercle de base. La tangente y est inclinée à 1 de hauteur pour 2 de base.

Le point d'arrivée C_1 est sur la génératrice centrale, ou génératrice de naissance : la tangente y est la ligne à 45° issue du point C, le plus haut du cercle de base. Cette ombre porte le nom d'*ombre du pont*.

(*c*) *Arcade en coupe.* — Ombre d'une arcade en coupe. C'est un fragment de l'ombre précédente.

34. Ombre du listel rentrant en coupe. — Arc doubleau. Nous avons un demi-cylindre vertical en coupe, ayant pour base le demi-cercle horizontal AB, et à la partie supérieure un couvercle percé lui-même d'un demi-cylindre plus petit CD ; c'est ce dernier que nous nommons un *listel rentrant* (fig. 65).

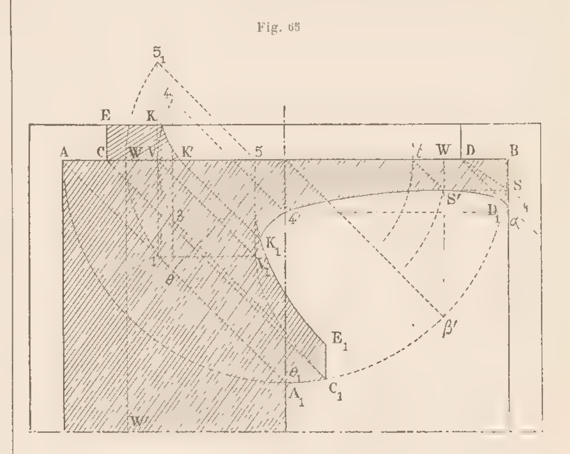
Si le grand cylindre devient une voûte, comme figure 66, le petit cylindre prend le nom *d'arc doubleau*.

(*a*) *Ombre du couvercle.* — La droite AB donnerait (fig. 65) comme ombre, le demi-cercle AA_1B, d'où l'on déduit en C_1 l'ombre de C, et en D_1 l'ombre du point D, où la droite AB est rompue par le listel.

(*b*) *Ombre du demi-cercle rentrant* CD ; ce sera la courbe passant par les points : C_1 (tangente à 45°) ; V_1 (tangente verticale, ombre du point V, à 45°, du cercle CD) ; S′ (point le plus haut, tangente horizontale), et D_1 ombre du point D (tangente à 45°). Donnons quelques détails pour obtenir ces points.

(*c*) *Point* V_1 *le plus à gauche.* — Il est l'ombre du point V, à 45°, du cercle CD. Or V, du cercle CD, est dans le mur fuyant à 45°. Quelle est la génératrice du cylindre creux, de base AB, dont l'ombre auxiliaire sur le mur fuyant à 45°

Fig. 65

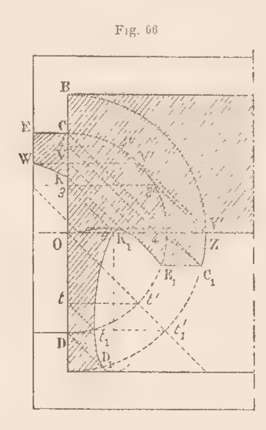


est la droite 1 V? *Réponse :* C'est la droite $5V_1$; donc V porte ombre en V_1 sur cette droite. — Ajoutons la remarque suivante, facile à démontrer : V_1 est sur l'horizontale du point 1.

(*d*) *Points* (*tels que* 4′) *dans l'axe.* — Remonter θ_1 en θ, par la ligne à 45°, prendre les points 3 et 4 de recoupements avec le cercle OV, etc...

(*e*) *Point le plus haut* S′. — En employant le rayon φ.

Fig. 66



35. **Même problème. — Autre méthode plus simple.** (Le cylindre est horizontal.)

Traçons les deux cercles décrits sur AB et CD comme diamètre et considérons-les comme une coupe (fig. 66) faite sur les deux cylindres et rabattue sur le côté droit.

(*a*) *Point le plus haut* (V_1). — Sur la figure 65 c'était le point le plus à gauche : V_1 est obtenu en cherchant l'ombre de V, projeté en coupe en V' ; donnant ombre sur le grand cylindre en V'_1 relevé en V_1. Le rayon lumineux $V'V'_1$ est tangent en V' au rabattement de la base de l'arc doubleau.

(*b*) *Points dans l'axe* (3' 4'). — On les obtient en prenant la génératrice Z du grand cylindre située dans l'axe ; menant le rayon lumineux Z ; prenant ses intersections 3'' et 4'' avec la base rabattue de l'arc doubleau ; remontant de 3'' et 4'' en 3 et 4 sur le cercle CD et menant finalement, les rayons lumineux 3 3' et 4 4' jusqu'à la génératrice Z.

(*c*) *Point le plus à gauche* (t'_1t_1). — Ce point est dans le méridien à 45°, $Ot't'_1$..... ; le tracé est évident sur la figure 66.

36. Ombre d'un cône ouvert dite « Ombre du trou de loup. »

(*a*) *Définition.* — On désigne ainsi l'ombre portée dans l'intérieur d'un cône de révolution creux, par sa courbe de base.

Nous savons que cette ombre est plane comme étant l'intersection de deux surfaces du second degré qui ont déjà une courbe d'entrée plane. (Voir Géométrie descriptive et Ombres usuelles.)

(*b*) *Ombre en coupe* (fig. 66 bis A). — Les points d'origine M' et N' sont les points de la courbe d'entrée situés sur les génératrices d'ombre propre (virtuelles d'ailleurs) du cône creux. — On les obtient comme il a été dit pour un cône saillant (voir n° 21), en se servant du mur fuyant à 45°, et du cercle V'δW' qui est l'ombre portée par la base sur ce plan fuyant.

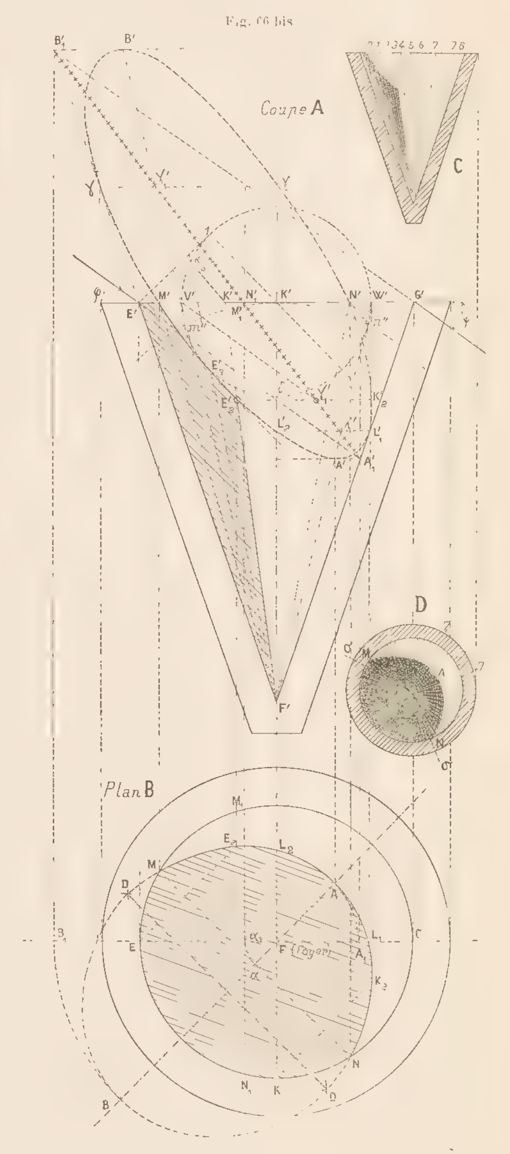
Le point le plus bas A' et le point le plus haut B', s'obtiennent en menant par E' et G' les rayons à l'angle φ, prenant en A'_1 et B'_1 les intersections avec les génératrices méridiennes, et ramenant par une rotation inverse de 45°.

(*c*) *Nota.* — La droite $B'_1A'_1$, marquée en croix, donnerait le plan de la courbe d'ombre si le rayon lumineux était de front et incliné, par conséquent, à l'angle φ. Par conséquent, en imaginant tracée l'ellipse d'intersection de ce plan debout, $A'_1B'_1$, avec le cône et ramenant tous ses points par une rotation inverse de 45°, on aurait autant de points que l'on voudrait de la véritable ellipse. C'est ainsi que le point à 45° V' portant ombre en V'_1, à l'angle φ, lorsque le plan est debout, devient le point E' portant ombre en E'_2 lorsque le plan a repris sa position naturelle. En E'_2 la tangente est à 45° et de ce point part l'ombre E'_2F' portée par la génératrice de coupe F'E' ; de même λ' devient L'_1 et L'_2, etc.

(*d*) *Ombre en plan.* — Les deux points A_1 et B_1 ramenés en A et B donnent les extrémités du grand axe. D'après le théorème de Dandelin, le point F, projection du sommet du cône, est le foyer de l'ellipse ; celle-ci est donc déterminée. Les points de départ, M et N, s'obtiennent en ramenant par une rotation à 45° les points M_1 et N_1.

(*e*) *Nature de la courbe.* — Dans le cas actuel l'ombre est une ellipse ; mais elle pourrait être, suivant l'angle au som-

Fig. 66 bis



met du cône et suivant la direction des rayons lumineux, une hyperbole ou une parabole.

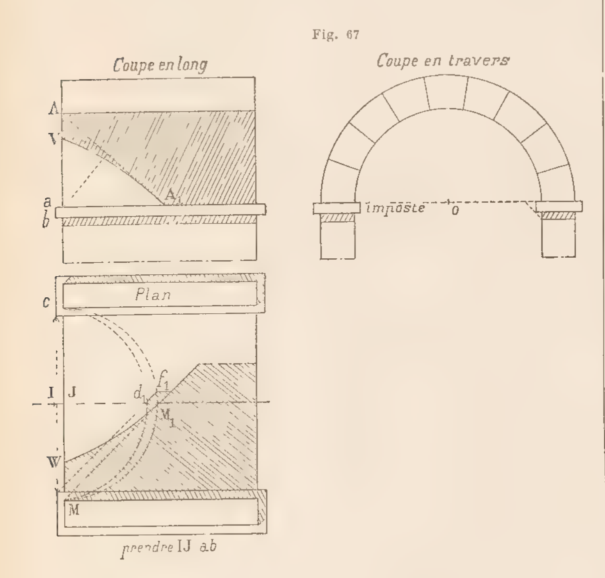
(*f*) *Lavis.* — Les croquis C et D indiquent l'effet à produire par le lavis ; on en parlera plus loin dans la théorie du rendu.

§ II. — Architecture : applications aux voutes cylindriques

37. Ombres dans un berceau, en coupe (fig. 67).

1° V, W sont les points de départ à 45° (tangente inclinée à 1/2. Ombre du pont, n° 33.

2° A_1 ou M_1, sur la génératrice située dans l'axe, sont les ombres portées par les points A et M, avec tangentes à 45°.



3° En plan I et J sont les centres des cercles d'ombres portées par les arêtes du dessus et du dessous de l'imposte.

I est à la fois sur l'axe et sur la ligne CW ; J est à une distance, à droite, du point I égale à *ab* hauteur de l'imposte. Les demi-cercles d'ombres une fois tracés le ressaut d_1f_1 s'en déduit facilement.

38. Berceau avec arcs doubleaux (fig. 68).

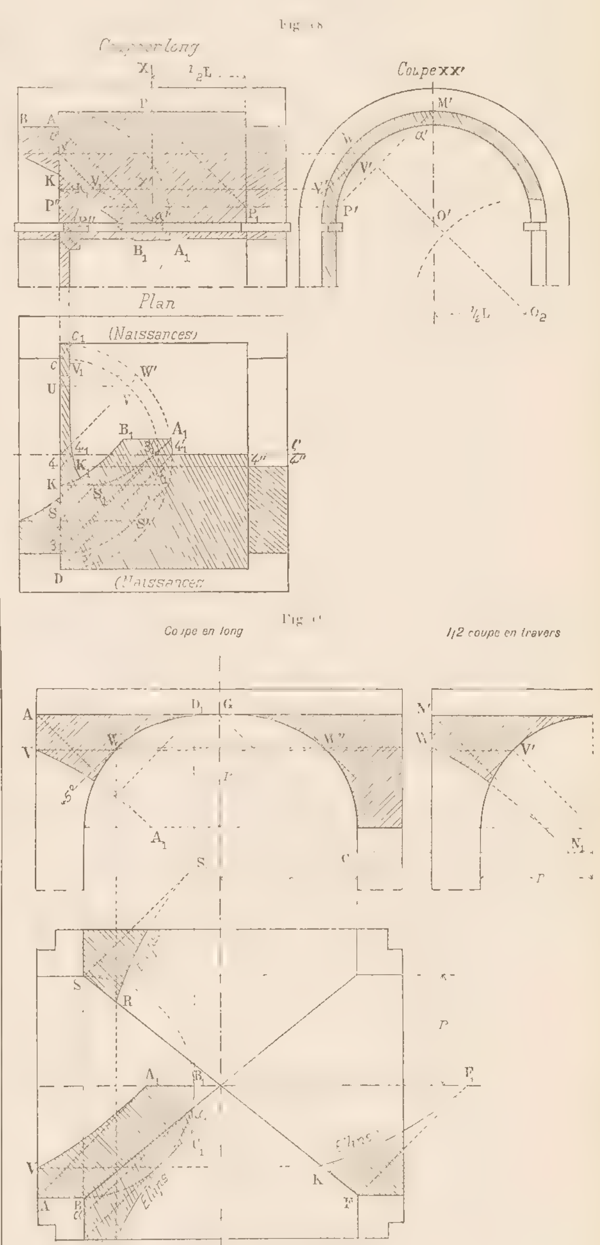
Cette épure est tout à fait analogue à l'ombre du listel en creux (n° 35).

Pour avoir l'ombre de la coupe en long on se servira de la coupe en travers XX'.

On remarquera le ressaut P_1P' de l'ombre sur l'arc doubleau dans la coupe en long. Il est identique au ressaut $4''4''_1$ du plan et obtenu de la même manière.

39. Voûtes d'arêtes sur plan barlong (fig. 69).

Une voûte d'arêtes est, géométriquement parlant, obtenue par l'intersection de deux cylindres ayant deux plans tan-



gents communs (1). Dans le cas de la figure 69 nous avons deux berceaux, l'un plein cintre, l'autre elliptique surbaissé, ayant même *plan de naissance* et même *montée*, ce qui leur donne un plan tangent commun réel et, en considérant la symétrie par rapport au plan commun des naissances, si les cylindres étaient complétés, on aurait un deuxième plan tangent commun au-dessous des naissances. Dans ce cas, l'intersection des deux berceaux se compose de deux courbes planes projetées, en plan, suivant les diagonales telles que SF.

(*a*) *Ombres de la coupe en long.* — Nous retrouvons en VA_1 l'ombre du pont (n° 33); le point V répond au point V′ de la coupe en travers pour lequel la tangente au cercle de base est à 45°. En V la tangente est inclinée à 1/2.

(*b*) *Ombres de la demi-coupe en travers.* — C'est aussi l'ombre du pont, mais pour un berceau elliptique. Le point de départ W′ répond au point W″ pour lequel, sur la coupe en long, la tangente à l'ellipse de base du grand berceau est à 45°.

Nota. — En W′ la tangente à l'ellipse d'ombre portée $W'N_1$ n'est pas inclinée à 1/2.

(*c*) *Ombres du plan.* — 1° Chercher les génératrices d'ombres propres (virtuelles) des deux berceaux creux. Celle du berceau plein cintre est VK, obtenue comme l'on sait (sensiblement $AV = 0{,}3$ du rayon). Celle du berceau elliptique est W′W répondant au point W de l'ellipse pour lequel la tangente est à 45° sur la coupe en long; cela fait, on s'occupe d'abord des ombres sur le berceau circulaire;

2° Le point V est le départ de l'ombre du pont VA_1 sur le berceau circulaire (ellipse connue; en V, sa tangente est inclinée à 1/2 et A_1 est sur la génératrice centrale);

3° Le point K est le départ de l'ombre portée par l'arête KF dans le petit berceau, et comme FK est une courbe plane, on sait, d'après un théorème connu (2), que l'ombre portée est aussi une ellipse KF_1; le point F_1 est l'ombre du point F. La tangente y est à 45°. Ce point F est aussi dans l'axe comme le point A_1; mais au départ, en K, la tangente n'est pas inclinée à 1/2. On passe alors aux ombres portées sur le berceau elliptique;

4° Le demi-cercle SB_1B est l'ombre portée sur le petit berceau par la droite SBC supposée indéfinie; ce cercle n'est à conserver que de B_1 en α_1;

5° La génératrice α_1C_1 est l'ombre de la génératrice de naissance αC sur le berceau elliptique;

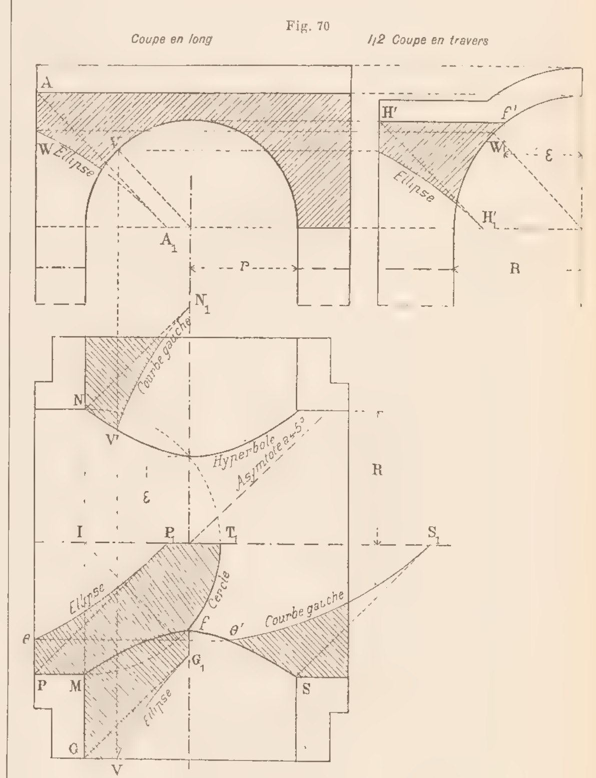
6° $W'C_1$ est une ombre du pont. En C_1 la tangente est à 45°, cette tangente est issue du point C; son départ W′ est sur la ligne d'ombre propre trouvée ci-dessus. La tangente à ce départ n'est pas inclinée à 1/2;

7° L'ombre RS_1 est portée par l'arête SF; c'est encore une ombre du pont sur berceau elliptique. Elle est facile à comprendre en regardant la figure.

40. Lunette cylindrique droite (fig. 70).

Dans la lunette cylindrique, les deux berceaux sont, tous les deux, pleins cintres, et comme leurs ouvertures sont différentes, ils n'ont pas la même montée et, par conséquent, n'ont pas de plans tangents communs.

Fig. 70



Ils se recoupent suivant deux courbes gauches, savoir M*f*S et sa symétrique, et l'on démontre facilement que ces deux courbes sont, en projection sur le plan, des branches d'une même hyperbole équilatère (1) dont les asymptotes seraient les lignes à 45° issues du point de croisement des axes.

L'analogie entre cette épure et la précédente est évidente.

(1) Voir Stéréotomie, pour la définition et la génération des berceaux composés.

(2) Lorsque deux surfaces du second degré ont une courbe d'entrée plane, la courbe de sortie est également plane.

(1) D'après ce théorème, lorsque deux surfaces du second degré ont un plan de symétrie commun, leur intersection, quoique gauche dans l'espace, se projette sur ce plan de symétrie suivant une courbe du second degré, ellipse, hyperbole ou parabole. Géométrie descriptive, 2e partie.

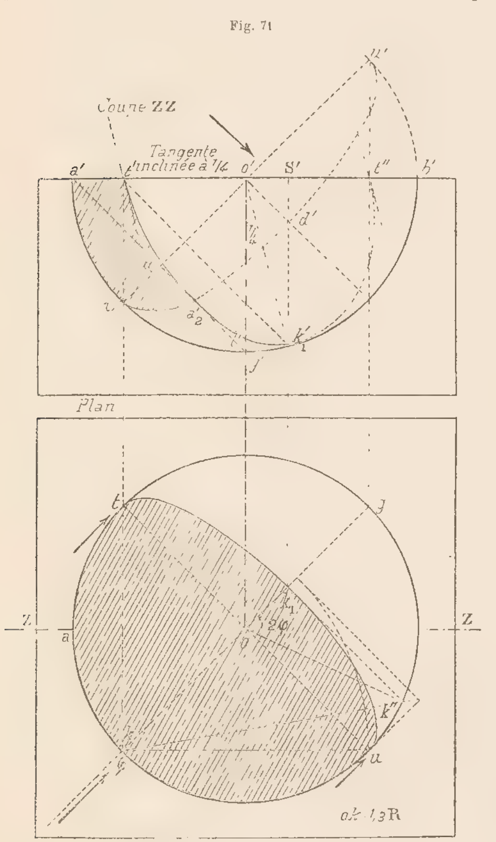
Ainsi sur le plan on retrouve en VG_1 et θP_1 l'ombre du pont circulaire. Seulement les courbes $\theta''S_1$ et $V'N_1$ qui sont les ombres portées par l'intersection gauche sur les berceaux, ne sont plus des ellipses. Néanmoins, comme pour la figure 69, en S_1 et N_1 les tangentes sont à 45°, ce qui suffit, en dessin, pour les tracer approximativement.

§ III. — Les surfaces sont sphériques

41. Ombre de l'écuelle, en plan (fig. 71).

(*a*) *Données et nature de l'ombre.* — Nous avons une demi-sphère creuse formant une cavité dans un bloc cubique.

Fig. 71



L'équateur *tku*, en plan, donne une ombre portée tk_1u qui, d'après un théorème connu (voir la note du n° 39), est une section plane de la sphère et, par conséquent, un cercle projeté suivant une ellipse.

(*b*) *Points d'origine* *t* *et* *u*. — Ce sont ceux où le rayon lumineux est tangent à l'équateur ; *tu* est le grand axe.

(*c*) *Point le plus éloigné* k_1. — C'est l'ombre portée par *k*, situé dans le méridien de symétrie à 45° ; pour l'obtenir on emploie la méthode des plans sécants. La section faite par le plan vertical *kg* est rabattue sur le plan de l'équateur suivant le demi-cercle *guk* ; le rayon lumineux du point *k* est rabattu en kk'', faisant l'angle φ avec *kg*, le point d'intersection k'' est relevé en k_1 et l'on a dans le triangle $k''ok_1$:

$$ok_1 = ok'' \cos . 2\varphi.$$

C'est-à-dire que : *ok* (petit axe) $= 1/3$ R (R est le rayon de la sphère). Résultat important à retenir.

42. Ombre de l'écuelle, en coupe.

En réalité nous n'avons devant nous qu'un quart de sphère creuse.

(*a*) *Epure.* — 1° Si le méridien $w'a'u'$ était complet, il donnerait comme ombre portée l'ellipse $w'u'd'$, identique à celle trouvée au n° précédent, et l'on aurait : $o'd'$ (petit axe) $= 1/3$ R.

2° Mais le méridien s'arrête en a' ; on prend donc en a'_2, sur l'ellipse, l'ombre de a' et on ne garde que $w'a'_2$.

On a aussi $\overline{\alpha a'_2} = 1/3 \overline{\alpha g'}$; ce qui donne très exactement le point a'_2. On sait, en effet, que lorsque l'on décrit un cercle sur le grand axe d'une ellipse comme diamètre, le rapport des ordonnées du cercle et de l'ellipse est constant. Ici ce rapport est 1/3.

3° Ombre de l'équateur ($t'a'_2$). — C'est l'ombre de l'arc de cercle *at* du plan. Or : a' donne a'_2 (tangente à 45°) ; — t' est le point d'origine (à plomb de w') ; ce qui suffit à tracer l'arc d'ellipse $t'a'_2$.

Fig. 72

Élévation — Coupe

(*b*) *Remarques.* — 1° En t', la tangente est parallèle à $o'k'_1$, diamètre conjugué de $o't'$. Mais, en plan : $ok_1 = 1/3\ og$; donc (élévation) $l'k'_1 = 1/3\ o't'' = 1/3\ o't'$.

Mais $t'S' = S'k'_1$, puisque $t'k'_1$ est à 45° ; donc : $o'S' = 1/3\, S'\overline{k'_1}$. Donc : *au point d'origine t', la tangente est inclinée à un de base pour quatre de hauteur.*

2° Dans l'ombre du pont (nos 32 et 33) la tangente à l'ellipse au point de départ V (fig. 62) était inclinée à 1 de base pour 2 de hauteur. Dans l'écuelle, en coupe (fig. 71), elle est inclinée, au point de départ t', à 1 de base pour 4 de hauteur. Bien retenir cette différence entre les deux cas.

43. **Ombre de la niche sphérique** (fig. 72). — (*a*) *Élévation.* — 1° On prend od (à 45°) = 1/3R. On mène en g la tangente à 45° et on trace le quart d'ellipse odg. Il est à conserver seulement jusqu'en f.

2° On prend en a_1 l'ombre de a (dans l'axe).

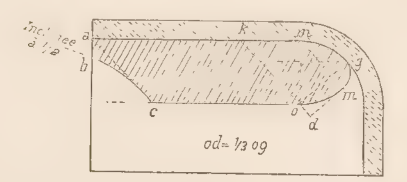
3° On relie f et a_1 par une courbe gauche tangente en f à l'ellipse fg et tangente en a_1 à la génératrice a_1t.

(*b*) *Coupe.* — L'ombre est identique à celle de la coupe de la figure 71, mais autrement orientée.

§ IV. — Architecture : applications aux voutes sphériques

44. **Berceau cylindrique terminé par un cul-de-four sphérique** (fig. 73). — bc, est l'ombre du pont. — gm, est l'arc de l'ellipse de l'écuelle. — om, est une ellipse raccordant m avec o, c'est l'ombre portée par la droite km sur le cul-de-four ; elle est tangente en o à la génératrice co et tangente en m à l'ellipse de l'écuelle, ce qui suffit, en dessin, pour la déterminer.

Fig. 73

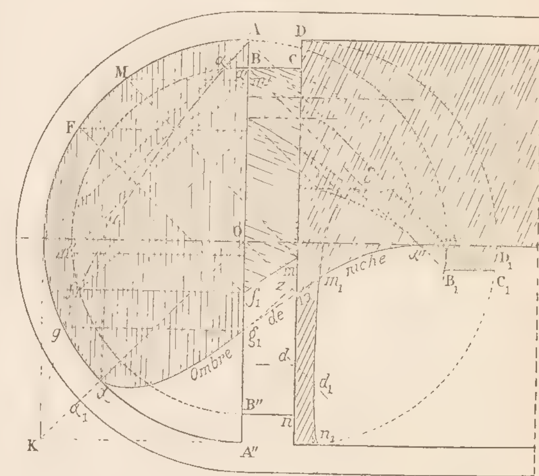


45. **Voûte sphérique précédant un berceau plein-cintre, avec arc doubleau intermédiaire.** (**En coupe.** Fig. 74.) — (*a*) *Ombres dans la sphère.* — 1° Tracer en $\alpha g_1 m_1 A_1$ comme ci-dessus (n° 43) l'ombre de la niche, savoir : de α en g_1, tracer un arc d'ellipse dont le petit axe oz soit le tiers du grand axe $o\alpha$, prendre A_1 sur l'axe, à 45° avec A. — Enfin relier A_1 avec g_1 par un arc de courbe tangent en g_1 à l'ellipse αg_1 et tangent en A_1 à la génératrice centrale A_1D_1.

(*b*) *Ressaut de l'ombre (en f_1m) sur le doubleau.* — A cet effet, imaginer que l'on a fait une coupe par le plan de profil AA″ et que cette coupe a été rabattue sur la gauche ; le cercle AgA″ est le rabattement du méridien de profil de la sphère et BfB″ est le rabattement du cercle de base du doubleau. L'arc d'ellipse AfK (en A tangente à 45°, en K tangente verticale) est l'ombre portée, connue, du cercle AFA″ sur le plan du profil ; cet arc d'ellipse rencontre en f le cercle du doubleau ; f, rappelé en f_1, donne en ce point f_1 le départ du ressaut.

Pour en avoir l'arrivée m, on cherchera comme ci-dessus (ombre du listel en creux) l'ombre $n_1d_1\delta A_1$ du doubleau sur le cylindre, et le point de brisure m_1, remonté en m, donnera le point d'arrivée du ressaut de l'ombre. Le reste de l'ombre $B_1C_1D_1$, etc.... a été étudié précédemment (ombre du listel en creux).

Fig. 74



46. **Mêmes voûtes. — L'arc doubleau précède la voûte sphérique** (fig. 75). — (*a*) *Ombres générales.* — 1° Chercher en MS comme à l'ordinaire (ombre du pont) l'arc d'ellipse MS ombre intérieure du doubleau (fig. 75).

2° En WZ on a l'ellipse d'ombre de l'écuelle ; le petit axe OZ est le tiers du grand axe OW. Elle est bonne seulement jusqu'en A_1, ombre portée par le point A.

3° La ligne droite verticale de coupe ACDB, en la supposant non interrompue entre C et D, donnerait comme ombre dans la sphère une ellipse AW′B, qui ne serait autre chose que la section de la sphère par un plan vertical orienté à 45° et passant par son centre. D'où l'on conclut que W′ est à plomb du point à 45° W.

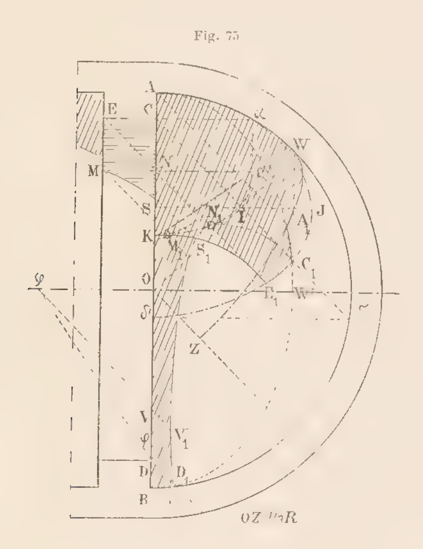
Comme vérification, A_1, déjà trouvé ci-dessus, doit aussi se trouver sur cette ellipse. Elle est à conserver, d'une

part, entre A_1 et le point C_1, ombre du point C, et, d'autre part, à la partie inférieure, entre B et D_1, ombre du point D.

4° La droite horizontale de coupe, EC, supposée indéfinie, donnerait comme ombre une ellipse $\alpha J C_1 \delta'$, projection du cercle à 45°, suivant lequel le plan d'ombre de cette droite couperait la sphère. — Ce plan d'ombre est parallèle à la ligne de terre et incliné à 45° sur les deux plans de projection. — On démontrera facilement :

Que cette ellipse est tangente au méridien de front de la

Fig. 75



sphère au point α où la droite EC prolongée rencontre ce méridien ;

Que si l'on mène $C\delta$, incliné à 45°, le point δ, rappelé en δ' sur CD, donne en $S\delta'$ le demi-petit axe de l'ellipse ;

Que si l'on abaisse OI perpendiculaire sur $C\delta$, le grand axe est la droite horizontale SIJ et, de plus, le demi-grand axe SJ est égal à $I\delta$;

Comme vérification, que cette ellipse doit passer par le point C_1 déjà obtenu. — On ne garde de cette ellipse que l'arc C_1E_1, le point E_1 étant l'ombre du point E.

(*b*) *Ombre du doubleau sur la sphère.* — Le point V, le plus à gauche, est obtenu par le rayon φ comme il a été indiqué pour d'autres cas.

L'ombre du cercle de profil DC, passe donc par les points suivants, savoir : D_1 déjà trouvé (avec tangente à 45°), V_1 déjà trouvé (avec tangente verticale) et C_1 déjà trouvé (avec tangente à 45°). Il serait bon d'en avoir un point intermédiaire, par exemple point N_1 ombre portée par le point N située sur la génératrice MN d'ombre propre, virtuelle, du doubleau ; à cet effet :

Cherchons l'ombre portée sur la sphère par la droite horizontale MN. Ce sera comme pour la droite horizontale EC, une ellipse à 45°. Le point α' situé sur la droite MN prolongée et à plomb du point α déjà trouvé, est un point de cette ellipse ; car c'est le point où la droite MN perce la sphère. On le reconnaît en remarquant que si l'on déplaçait parallèlement à lui-même le cercle de profil CD, jusqu'à ce que C prenne la position α, le cercle CD ainsi déplacé serait tout entier sur la sphère : donc le point N prendrait la position α'.

$N\alpha'$ serait le demi-grand axe de l'ellipse cherchée et, comme elle doit être semblable à l'ellipse déjà trouvée $J\delta'$, on mènera $\alpha'K$ parallèle à $J\delta'$ et l'on aura en K l'extrémité du petit axe. D'ailleurs $\alpha'K$ serait inclinée à l'angle φ (facile à démontrer). Cette ellipse une fois tracée, on en déduit en N_1 et M_1 les ombres des points N et M : de plus les ombres définitives du doubleau $S_1N_1C_1$ et $M_1S_1E_1$ sont tangentes à cette ellipse auxiliaire.

(*c*) *Nota.* — Observer la concordance à 45° du point limite S et du point de brisure S_1.

47. **Ombres d'une voûte sphérique sur pendentifs, avec arcs doubleaux** (fig. 76). — (*a*) *Constitution de la voûte.* — Imaginons une demi-sphère dont l'équateur passerait par les quatre sommets CC_1C_1 d'un carré horizontal (voir le plan). Coupons cette sphère par quatre plans verticaux passant par les quatre côtés C_1C — CC_1, etc...., du carré ; ce qui donne quatre petits cercles de la sphère. On peut prendre ces petits cercles pour bases de quatre cylindres, ou berceaux horizontaux, auxquels la sphère sert de jonction.

On nomme *pendentifs* les triangles sphériques qui aboutissent en pointe aux encoignures C, C_1, ... et par l'intermédiaire desquels la voûte repose sur ses points d'appui. Au-dessus des pendentifs se trouve la coupole ωW (voir la coupe) ayant la forme d'une calotte sphérique. Les berceaux peuvent être renforcés par des doubleaux à leur jonction avec la sphère.

(*b*) *Ombres de la coupe.* — Nous supposons que le doubleau du fond est un *formeret*, c'est-à-dire qu'il est encastré à moitié dans un mur plein LL (voir le plan).

Les trois autres doubleaux sont ouverts :

1° On trouve comme à l'ordinaire, par la connaissance des saillies, l'ombre O'_1 du centre O sur le plan C_1C_2 du formeret et en O'_2 l'ombre de ce même centre sur le plan LL du mur de fond. De ces points, comme centre, avec un rayon égal à $O'b$ on décrit les deux arcs de cercle 1, 2 et 3, 4.

2° On a en $K'a'b'_1$ l'ombre connue de l'arcade en coupe (n° 33, fig. 64).

3° En vK, l'ombre du pont (n° 33).

4° En WZ' l'ombre de l'écuelle ; comme vérification le point 4 est commun à l'ellipse WZ' et à l'arc de cercle 3,4.

(c) *Ombres du plan.* — On remarquera d'abord que la diagonale à 45°, CC_2 sera une ligne de symétrie pour l'ombre. On cherchera donc seulement la portion de l'ombre située d'un côté de cette diagonale, par exemple au-dessous et à droite. Cela posé :

1° On cherche l'ombre de la ligne droite de coupe CC_1 supposée non rompue de b en b_1. C'est une ellipse passant par les points suivants :

C_1 (tangente à 45°, car C_1 est le point de tangence à 45° de l'équateur, contour apparent horizontal de la sphère).

W placé dans l'axe.

C', ombre du point C situé sur la diagonale CC_2 et pour lequel $OC' = 1/3 OC_2$ (voir ombre de l'écuelle). Cette ellipse n'est à conserver qu'entre C' et b'; b' est à 45° avec le point b dont il est l'ombre.

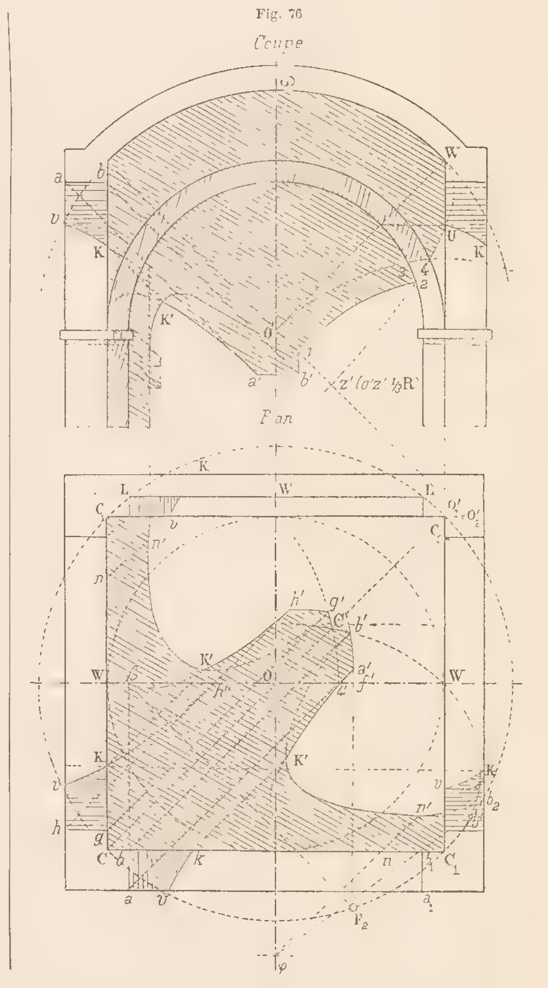
2° On cherche l'ombre portée par la ligne droite de coupe ba supposée indéfinie. C'est encore un arc d'ellipse $b'f'$ dont on a déjà un point b', obtenu ci-dessus. Le point f', extrémité de son petit axe, est à plomb de F_2, obtenu comme suit :

βF_2 est à 45° et β est à plomb de b (ce tracé est facile à justifier en considérant βF_2 comme la trace sur un plan vertical, du plan d'ombre de la droite indéfinie à $b\beta$) ; en f' la tangente à l'arc d'ellipse $b'a'f'$ est verticale : cet arc est donc connu ; il est à conserver seulement entre b' ombre du point b et a' ombre du point a.

3° On cherche l'ombre $b'K'n'b_2$ portée par le premier arc CC_1 du doubleau. On a en b' déjà trouvé, son point de départ avec tangente à 45°. En n', obtenu par l'angle φ, le point le plus près. On trouverait facilement un point intermédiaire. On fait ressauter le point limite k de l'ombre du pont Vk en K', ce qui donne le point de brisure.

L'ombre du deuxième arc aa part du point a' déjà trouvé, avec tangente à 45°, et aboutit en K' point de brisure que nous venons de déterminer, ce qui suffit pour la tracer.

Fig. 76



CHAPITRE V

APPLICATIONS

§ I. — Applications aux ordres d'architecture

48. Chapiteau dorique romain (fig. 77).

(*a*) *Talon du tailloir.* — (Aucune difficulté, voir ombres portées sur les moulures cylindriques, n°s 12-13...)

(*b*) *Echine.* — C'est une portion de tore dont la méridienne n'est pas un arc de cercle, mais la courbe connue du quart de rond. Le profil s'en trace à la main.

On cherche : 1° Son ombre propre savoir : Le point F situé à 45° sur l'équateur (tracé connu). Le point B sur le contour apparent de gauche (tangente à 45°) et le point B′ sur le méridien de profil et au même niveau que B. Le point le plus bas C′ en menant la tangente à l'angle φ, et ramenant le point de contact C en C′.

2° L'ombre auxiliaire portée par le tore sur le plan fuyant à 45° (tracé connu n° 32). On voit la partie utile de cette ombre auxiliaire en F (tangente verticale), B_2 (tangente à 45°), φ (tangente horizontale) ; nous nommerons cette courbe la *courbe ovale de l'échine.*

(*c*) *Ombre du tailloir* AA′ *sur le tore.* — L'arête AA′ du tailloir porte ombre sur le plan auxiliaire fuyant, suivant la droite à 45°, A′I qui va servir (n°s 14, 15... Ressaut des ombres).

L'ombre portée par AA′ sur l'échine n'est autre chose qu'une section de ce tore par un plan passant par AA′, lequel plan est incliné à 45° et est parallèle à la ligne de terre.

Si ce plan tournait de 90° autour de l'axe du chapiteau il deviendrait perpendiculaire au plan vertical de projection et y serait projeté en entier suivant sa trace AI qui serait l'ombre de l'arête projetée tout entière au point A de gauche. Faisons faire une rotation de 90° à cette section projetée suivant la droite AI et nous aurons l'ombre cherchée pp''M′P′.

Par cette rotation on aura le point le plus haut M′, en ramenant le point M sur l'axe.

Pour obtenir les autres points, appliquons la méthode des projections obliques et servons-nous du plan auxiliaire fuyant à 45°, de la manière suivante :

Les deux points de perte P′ et p s'obtiennent en prenant les intersections P'_3 et P_3 de la droite A′I, ombre auxiliaire de l'arête AA′, et de la *courbe ovale* $FB_2\varphi$, ombre auxiliaire de l'échine, et remontant ensuite, par des rayons lumineux inverses, des points P_3 et P'_3 aux points p et P′ sur la séparatrice du tore. (En p et P′, tangentes à 45°.)

Remarque. — 1° Par raison de symétrie, le point P′, reporté symétriquement en p'', et au même niveau, donne un autre point de la courbe d'ombre portée ; 2° l'arête du tailloir, projetée en A, a son ombre Mg, qui rencontre en g la séparatrice. Les deux points p et g doivent être au même niveau.

(*d*) *Ombre du tailloir sur le gorgerin et sur l'annelet.* — Du point I comme centre, avec un premier rayon égal à celui du gorgerin, on trace un arc de cercle A_2g_2 ; c'est l'ombre indéfinie du tailloir sur le gorgerin. On prend un rayon égal à celui de l'annelet et, du même centre I un nouvel arc de cercle g_1p_2 donne l'ombre portée sur cet annelet. On limite cette dernière en p_2 qui est le ressaut du point de perte p. De même g_1 ressaute en g_2.

(*e*) *Ombre de l'échine sur l'annelet, sur le gorgerin et sur l'astragale.*

1° Sur l'annelet. — p_2 déjà obtenu en est un point. Le point limite h' s'obtient en traçant en Kh_3 le cercle d'ombre portée par la base de l'annelet sur le plan fuyant à 45°. (On sait que c'est le cercle qui passe par le point à 45°, k, du cercle de base de l'annelet.) On prend son intersection h_3 avec la courbe ovale Fφ et l'on remonte en h' par un rayon inverse. h' est le point limite cherché.

2° Sur le gorgerin. — On chercherait d'abord, comme on l'a vu plus haut, l'ombre $g_2h_2\pi$ du listel sur le gorgerin (π en serait le point de perte).

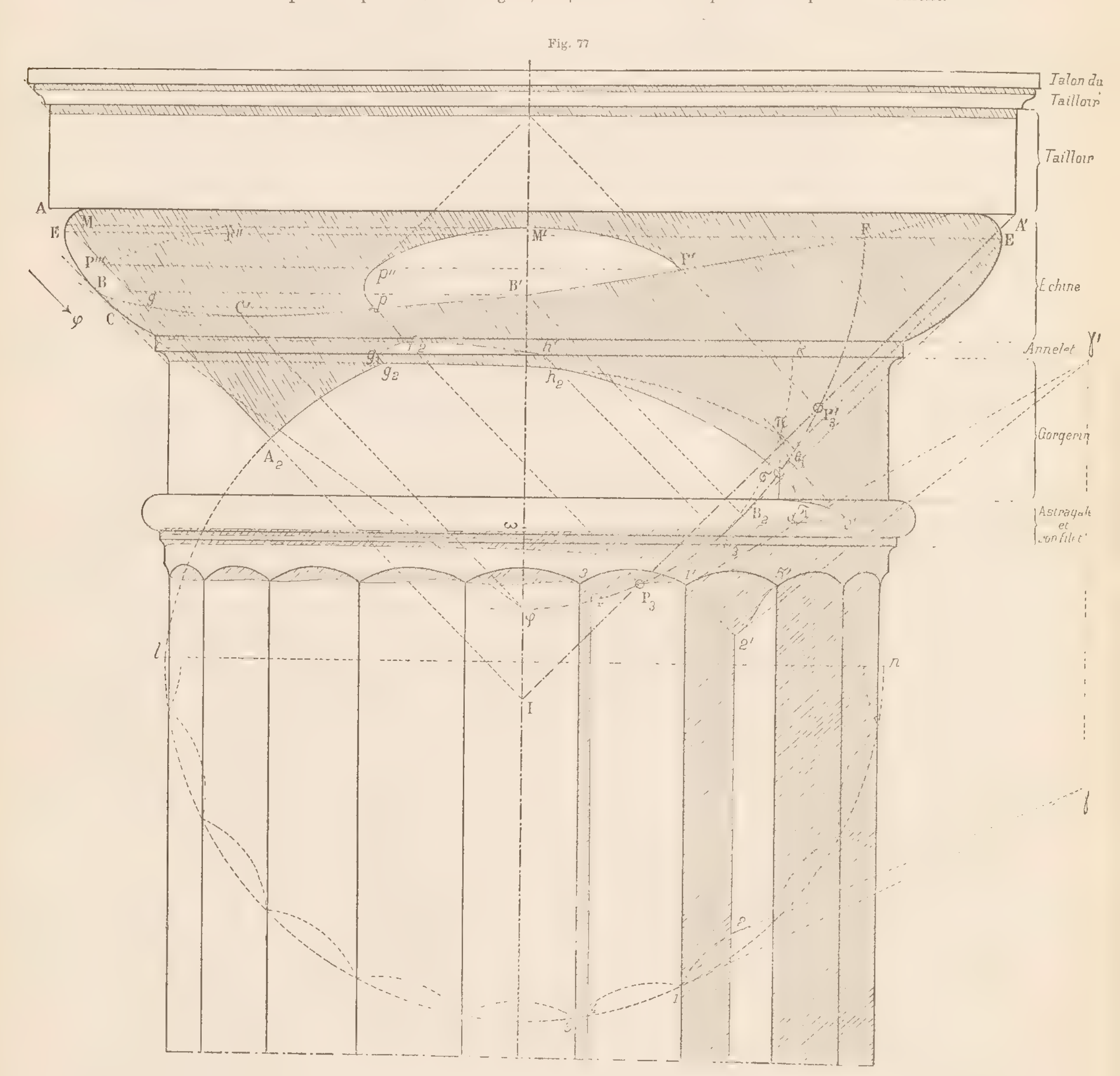
On fait ressauter g_1 en g_2 et h_1 en h_2 sur cette courbe, qui n'est à conserver qu'entre g_2 et h_2 et, à gauche, au-delà de l'ombre à 45°, gA_2. A partir de h_2 l'échine substitue son ombre $h_2\sigma$ à celle de l'annelet. Le point de perte, avec tangence à 45°, est en σ, au point où la courbe ovale Fφ rencontre la séparatrice $\pi\sigma$ du gorgerin. La tangente y est à 45°, ce qui suffit pour tracer la courbe de h_2 en σ.

3° Sur l'astragale. — On cherche en $\alpha\theta_1$ la courbe ovale de l'astragale. (On sait que sans erreur sensible on peut lui

substituer un arc de cercle de centre ω (voir n° 32). On prend son intersection θ_1 avec la courbe ovale de l'échine et on en déduit en θ' le point de perte dans l'astragale, ce qui suffit pour tracer l'ombre portée $\sigma_1\theta'$; en θ' la tangente est à 45°.

Le reste de l'épure se comprend facilement.

Fig. 77



(*f*) *Ombres des cannelures.* — Pour trouver les ombres portées dans les cannelures on a dû faire une section horizontale du fût. Elle est rabattue en *l* 3 1 *n* ; en réalité elle remplace un plan.

On remarquera la construction donnée pour avoir en $\gamma'2'$ la tangente au point de brisure $2'$ de l'ombre portée par la courbe de tête $1'5'$ sur le fond de la cannelure. On reconnaîtra que la droite $2'\gamma'$ n'est autre chose que l'ombre portée par la tangente $1'\gamma'$ à la courbe de tête au point $1'$, sur le plan tangent 2γ au cylindre creux qui constitue la cannelure.

49. Ombres d'une colonne dorique engagée dans un mur.

On suppose (fig. 78) que la colonne est engagée au tiers de son diamètre, ou, ce qui revient au même, que l'axe de la colonne est à une distance δ du mur égale au tiers du rayon.

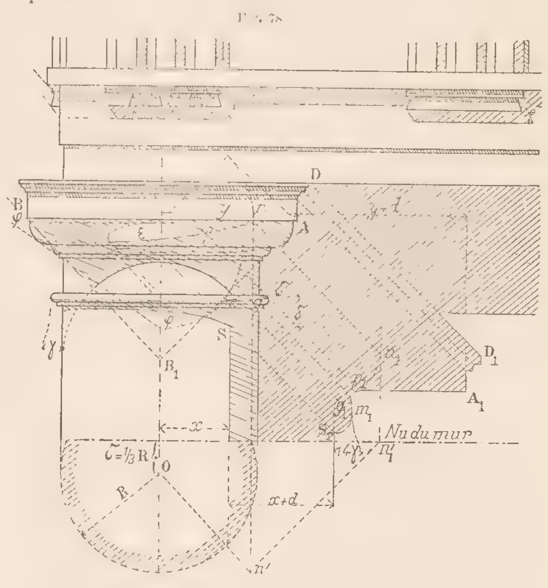
(*a*) *Ombres propres du chapiteau.* — (Voir l'épure précédente);

(*b*) *Ombres portées sur le mur.*

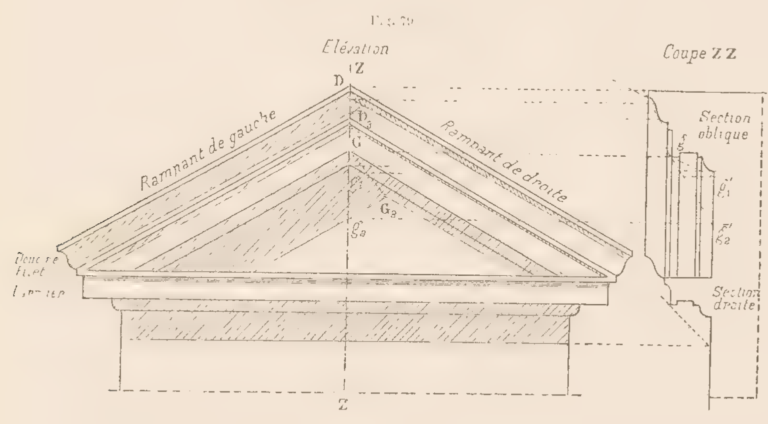
1° L'ombre propre du fût de la colonne étant à une distance de l'axe $x = R\frac{\sqrt{2}}{2}$, son ombre se trouve à une distance $x + \delta$.

2° Le tailloir ayant pour demi-largeur y, son ombre A_1 se trouve à une distance à droite du point A égale à $y + \delta$.

3° L'astragale donne une ombre portée assez développée $g_1m_1S_1$. Soit γ la saillie de l'astragale par rapport au fût de la colonne; l'ombre portée de l'astragale fait par rapport à l'ombre portée du fût une saillie égale à $\gamma\sqrt{2}$, soit sensiblement $1,4\gamma$. Le point le plus à droite m_1 est l'ombre portée par le point m de l'ombre propre de l'astragale situé sur l'équateur.



4° L'échine donnerait une ombre portée dont on a facilement le point de brisure p_1 (à 45° avec le point de perte p) et le point le plus à droite n_1. On ne conserve, comme réelle, qu'une très petite partie p_1g_1 de cette ombre portée. p_1 répond au point de perte p de l'échine et g_1 répond au point de perte g de l'astragale.



50. Ombres d'un fronton.

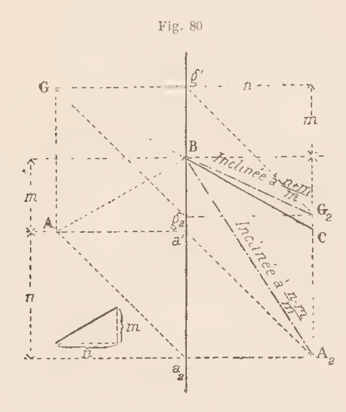
(*a*) *Description* (fig. 79). — On sait que les moulures d'un fronton s'obtiennent en prenant les moulures horizontales de la corniche et en les inclinant à la pente du fronton.

La doucine ne règne que sur les rampants. Le retournement se fait sur le filet inférieur de la doucine. La partie horizontale de la corniche comporte donc toutes les moulures du couronnement, sauf la doucine.

Au point de vue géométrique nous considérerons les deux rampants comme deux cylindres ayant pour base

commune la section oblique faite dans chacun d'eux par le plan vertical de coupe ZZ. La coupe ZZ dessinée à droite

Fig. 80



donne le profil de cette section. Cette section oblique présente les mêmes saillies que la section droite donnée par le plan de coupe ZZ dans la partie horizontale ; mais les hauteurs sont plus grandes. On peut la considérer comme une dilatation, en hauteur, de la section droite située au-dessous.

(*b*) *Ombres.* — On considère donc les rampants comme formant deux cylindres inclinés, ayant pour base la section oblique faite par le plan ZZ vertical et on cherche d'abord (fig. 80) les ombres que porteraient sur le plan de cette section oblique une génératrice BA du cylindre de droite et une BC, prolongée en BG, du cylindre de gauche.

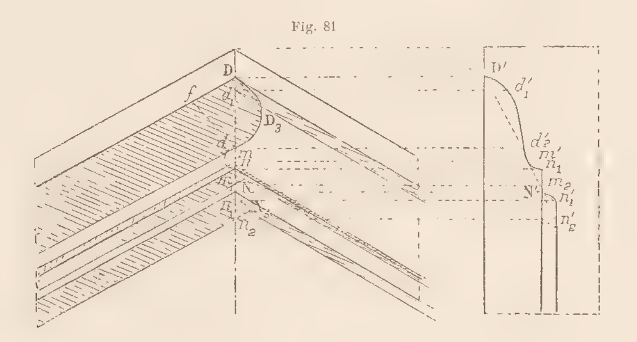
La figure 80 indique cette recherche.

Le point Aa' de l'arête de droite porte ombre en a_2, rabattu en A_2 et BA_2 est l'ombre de cette arête de droite ; de même BG_2 est l'ombre de l'arête de gauche.

Il est facile de reconnaître que si le rampant du fronton est incliné à la pente m/n (c'est-à-dire m de hauteur pour n de base), l'ombre du rampant de gauche BA_2 est inclinée à $(n+m)$ de hauteur pour m de base, tandis que l'ombre BG_2 du rampant de droite est inclinée à $(n-m)$ de hauteur pour m de base.

On se sert de ces directions BA_2 pour le rampant de gauche, et BG_2 pour celui de droite, comme on se sert du rayon à 45° pour les moulures horizontales.

Fig. 81



(*c*) *Détail du sommet.* — On voit (fig. 81) à plus grande échelle le détail des ombres portées aux environs du sommet D. Les points marqués $d_1d'_1$ et $n'n'_1$ servent de départ aux ombres portées sur le rampant de droite ; on s'est servi pour les obtenir du rayon incliné à $(n-m)$ de hauteur pour m de base. Les points marqués $d_2d'_2n_2n'_1$ s'appliquent au rampant de gauche. On s'est servi, pour eux, du rayon incliné à $(n+m)$ de hauteur pour m de base.

Les points de brisure D_3N_3 sont à 45° avec les points de retournement D et N. De D_3 en d_2 nous avons une courbe qui est l'ombre portée par la portion Df de l'arête de la doucine de gauche, sur la doucine de droite ; c'est donc, en réalité, une section plane de la doucine de droite.

La différence de pente des rayons BA_2 et BG_2 fait bien comprendre pourquoi le rampant de droite est beaucoup moins ombré que celui de gauche.

51. Portail d'ordre Dorique. — Comme synthèse des études d'ombres relatives à l'ordre dorique et aux frontons nous donnons le dessin d'une partie du portail de Saint-Gervais, à Paris. Il n'y a de nouveau que les modillons m, m de la corniche horizontale et de la corniche rampante. Le tracé des ombres s'y fera d'après les méthodes du ressaut des ombres (fig. 82 empruntée au cours de l'Ecole Polytechnique).

52. Ombres d'une base attique (fig. 83).

(*a*) *Ombres propres.*

1° ab est l'ombre propre du fût ; $b\beta$ est l'ombre propre du congé ; le point β est le point où le rayon à 45° est tangent au contour apparent de droite du congé. Cette ombre

Fig. 82 (Empruntée au Cours de Dessin technique de M. Bécourt).

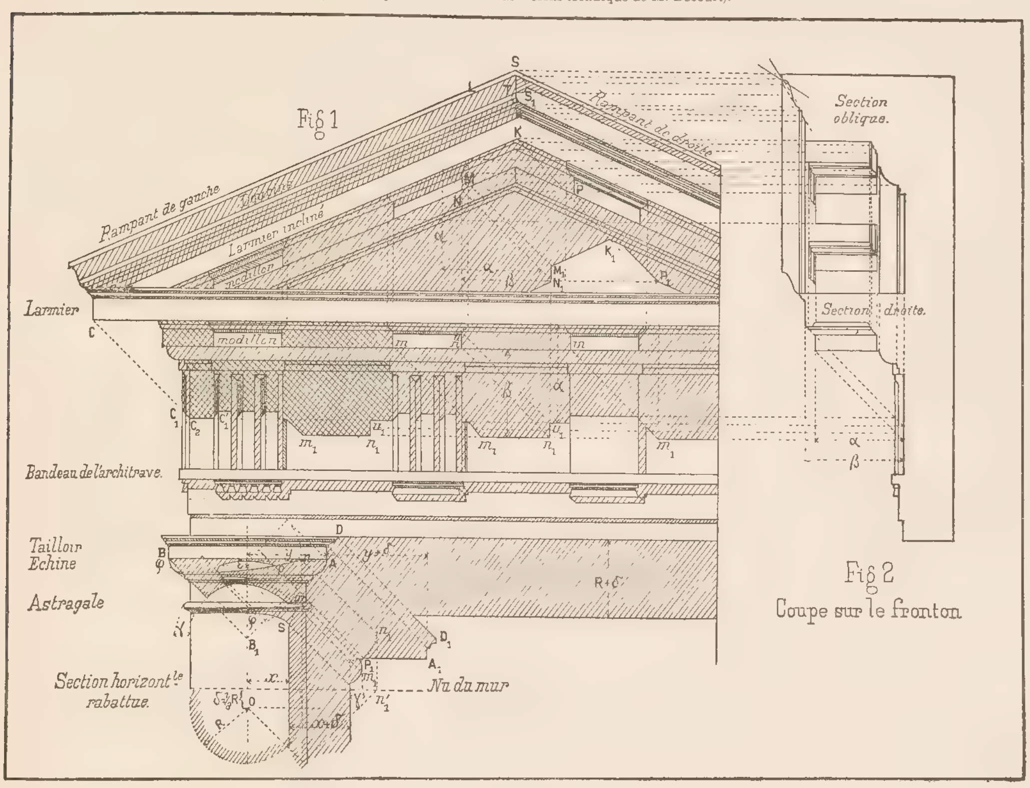
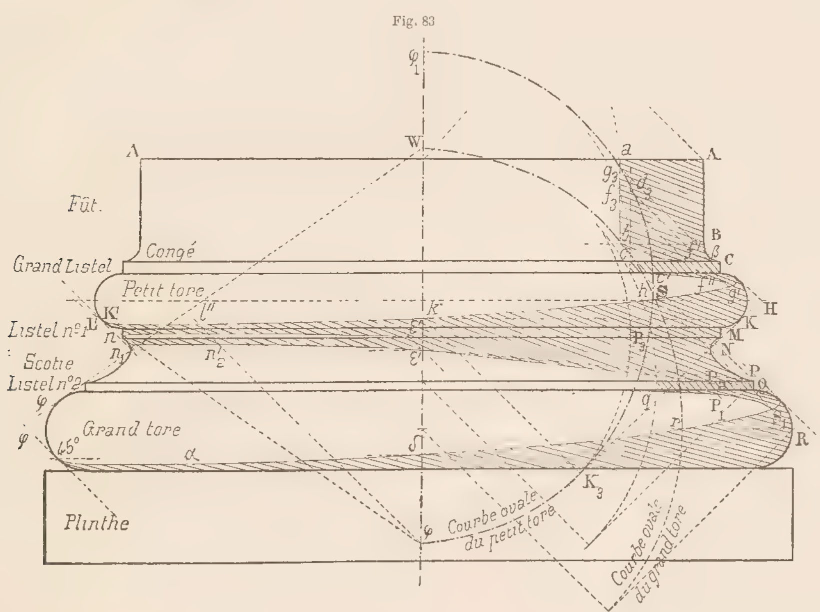


Fig. 83



propre est *virtuelle* dans la plus grande partie de son étendue ; c'est l'ombre propre du grand listel (voir *Ombres des cylindres*).

2° K'l''Khg', est l'ombre propre du petit tore (voir *Ombres du tore*, n° 26).

L'ombre propre du listel n° 1 est inutile à chercher, elle sera noyée.

3° q, est l'ombre propre du listel n° 2 (voir *Ombres des cylindres*).

4° $\alpha\delta r$S, est l'ombre propre du grand tore.

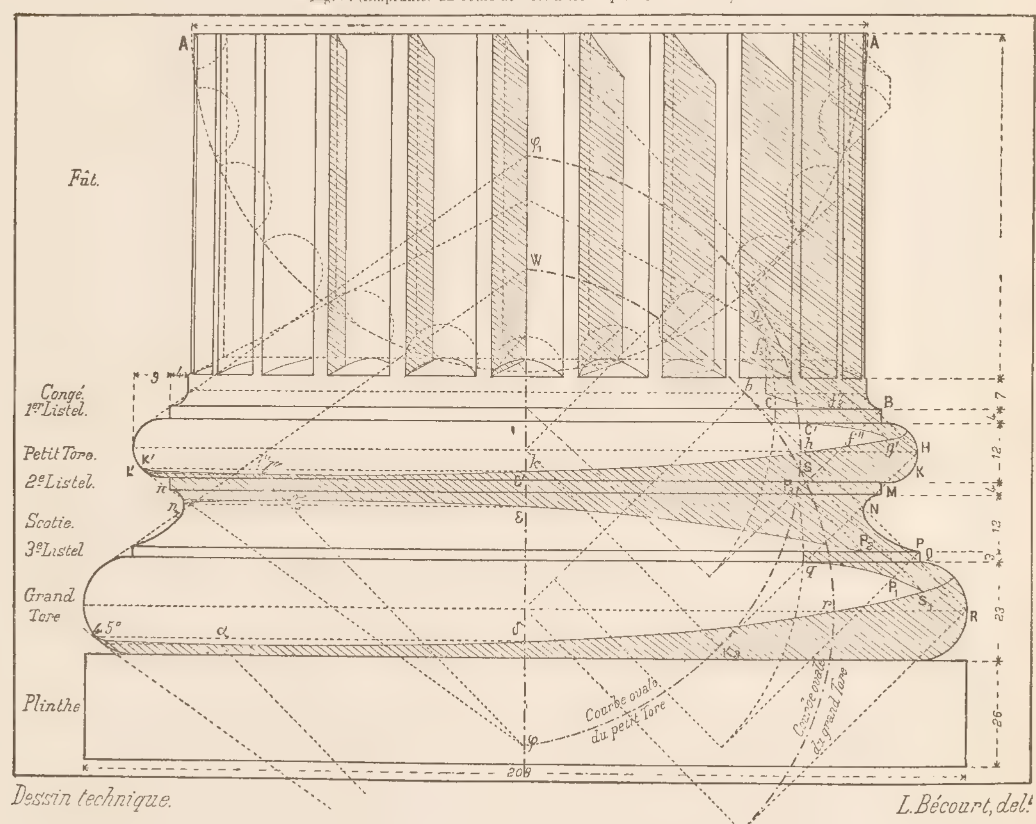
(b) *Ombres portées.*

(A) Ombres auxiliaires portées sur un plan fuyant a 45°.

1° Tous les listels et le fût étant des cylindres, ont pour ombres portées auxiliaires leurs ombres propres elles-mêmes.

2° Les cercles de base des listels donnent comme ombres auxiliaires des cercles passant par leurs points à 45°, savoir :

Fig. 84 (Empruntée au Cours de Dessin technique de M. Bécourt).



Le cercle du listel C donne l'arc de cercle cf_3.

Le cercle P du listel PQ donne l'arc de cercle qP$_3$.

3° Le petit tore donne la courbe ovale φ_1, $h\varphi$ obtenue comme il a été indiqué plus haut (ombre de l'astragale (n° 31) ; le grand tore donne la courbe ovale rS dont nous ne traçons que la partie supérieure.

(B) Ombres portées. — Les recoupements de ces ombres auxiliaires permettent de déterminer les ombres portées. Ainsi :

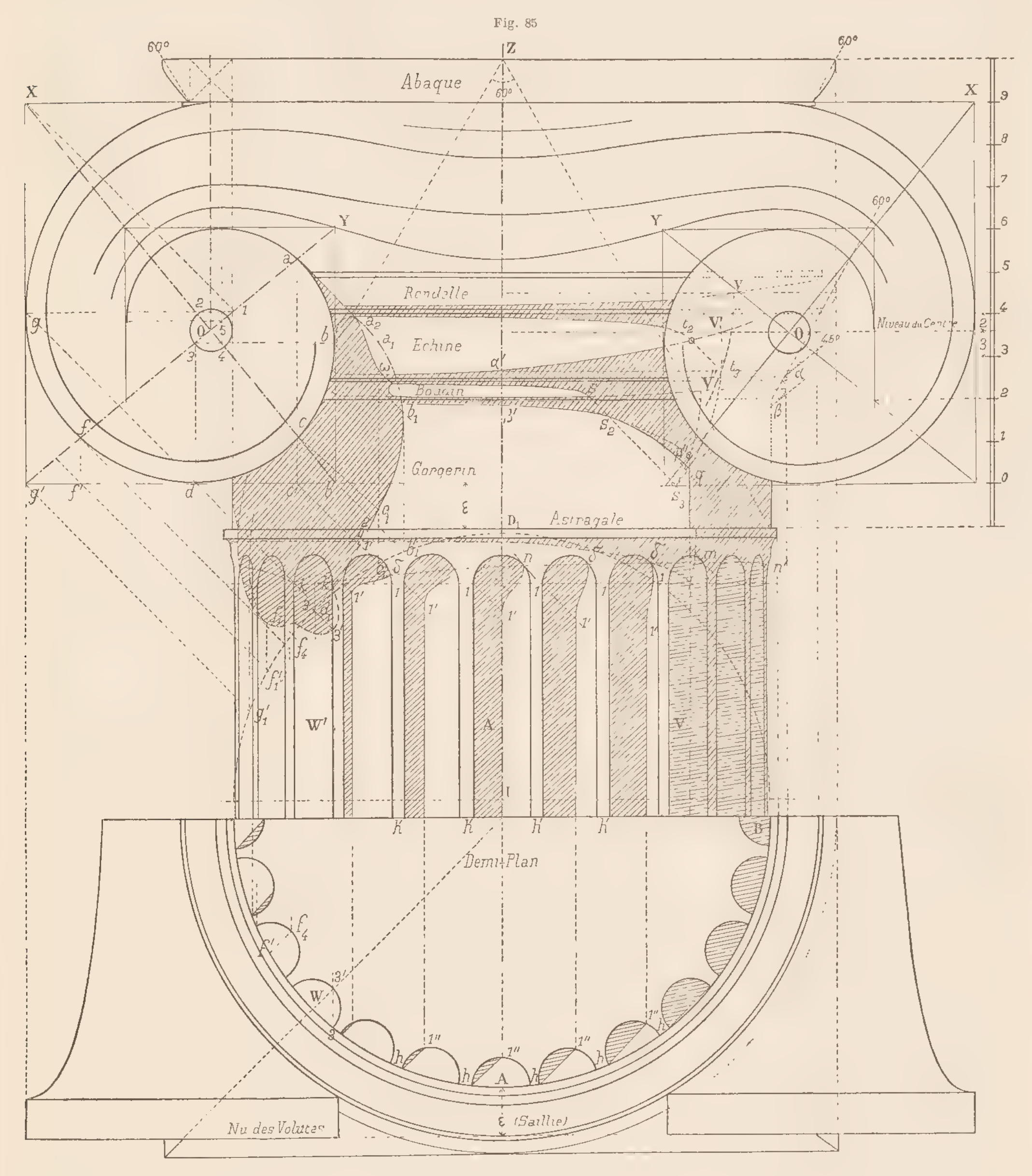
Le cercle auxiliaire cf_3 recoupe en f_3 l'ombre propre du fût. Le rayon lumineux f_3f' donne en f' un point limite d'ombre portée du fût sur le cercle C. L'ombre ressaute ensuite de f' en f'' sur le petit tore.

La courbe ovale $h\varphi$ du petit tore recoupe en g_3 l'ombre propre du fût. Le rayon lumineux g_3g' donne en g' le point de perte de l'ombre portée du fût sur le petit tore.

De même : l'ombre auxiliaire qP$_3$ du cercle P rencontre

en P_3 la courbe ovale $\varphi_1 h \varphi$ du petit tore ; par conséquent, le rayon P_3P_2 donne alors en P_2 le point limite d'ombre portée par le petit tore sur le cercle P. L'ombre ressaute ensuite de P_2 en P_1 sur le grand tore.

Fig. 85



Les deux courbes ovales $\varphi_1 h \varphi$ et Sr se rencontrent en S ; par suite, le rayon SS_1 donne en S_1 le point de perte de l'ombre portée par le petit tore sur l'ombre propre du grand tore, etc.

(*c*) *Base attique avec colonne cannelée.*

La figure 84 donne, à plus grande échelle, la même épure se rapportant à une colonne cannelée.

Les cannelures viennent, à la partie inférieure, s'amortir dans un cône de révolution en donnant lieu à des courbes d'intersection dont les points les plus hauts sont tous à la même hauteur, et sont placées sur les génératrices du fond de chaque cannelure ; cela suffit pour déterminer ces courbes.

L'épure d'ombres se comprend d'elle-même d'après ce qui précède.

53. **Ombres d'un chapiteau ionique grec.** — (A) **Dessin du chapiteau** (fig. 85).

Un chapiteau ionique grec, analogue à celui de l'Erechthéïon à Athènes, se compose en réalité de deux parties, savoir :

(*a*) Un *gorgerin* et une *échine*, comme dans le chapiteau dorique ;

(*b*) Un *coussinet* remplaçant le tailloir du chapiteau dorique, lequel coussinet, comprenant l'*abaque* et les *volutes*, s'emboîte très exactement sur l'échine, grâce aux deux saillies débordantes constituées par les *volutes* ;

(*c*) Une *rondelle*, affectant la forme d'un tore et analogue aux coussins en paille dont se servent les bardeurs pour empêcher les arêtes des pierres de taille de s'écraser, sépare les deux parties : en réalité cette rondelle fait corps avec le coussinet et est sculptée dans la même pierre que lui.

Sans entrer dans le détail du tracé exact de ce chapiteau nous admettrons :

1° Que sa hauteur D_1Z est donnée en traçant sur le diamètre du fût un triangle équilatéral ;

2° Que les moulures, savoir : le quart de rond de l'abaque ; le quart de rond de l'échine, le boudin inférieur et la rondelle supérieure s'étagent sur des lignes inclinés à 60°. (Voir le profil $\beta\alpha$ donné, à droite, en pointillé ; voir aussi la coupe, fig. 86) ;

3° Que la hauteur totale du chapiteau a été divisée en 11 parties égales, et que la volute occupe, en hauteur, neuf de ces parties ;

4° Que le centre O de l'œil de la volute partage la hauteur de ces neuf parties en deux segments qui sont entre eux comme les nombres 2 et 3 ;

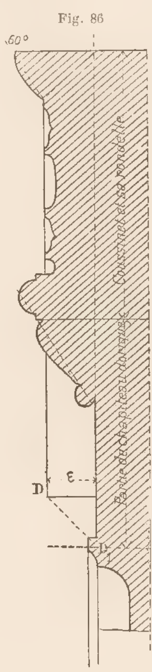
5° Que les directrices OX et OY des volutes sont à angle droit, l'une sur l'autre, ce qui permet, en se servant des tangentes horizontales et verticales, de tracer ces volutes soit à la main, soit au compas ;

6° Que le plan des volutes fait en avant du nu de la colonne une saillie ε (voir le plan) égale à une de ces parties, soit à 1/9 de la hauteur des volutes, c'est-à-dire une saillie égale à la hauteur de l'abaque.

(B) **Tracé des ombres.** — (*a*) *Ombres des volutes sur le fût.* — On commence par supposer que le fût existe seul, et on ne tient compte ni des cannelures ni de l'échine. L'ombre portée sur le fût lisse est la courbe $f_1c_1b_1a_1$, obtenue rapidement comme suit :

1° La tangente horizontale $g'b'$ a donné, comme ombre, le cercle $g'_1b'_1$ dont le centre est I (voir ombre du tailloir) trouvé *à priori*, puisque l'on connaît la saillie ε (voir le plan) du nu des volutes en avant du nu de la colonne, ce qui donne immédiatement le point D_1 le plus haut de ce cercle d'ombre ;

Fig. 86



2° Les points d'angle g' et b' et les points f' et c' projetés à 45° sur ce cercle permettent de trouver les ombres des points les plus importants de la volute, savoir : f en f_1 (tangente à 45°, point de contour apparent) ; d en d_1 (la courbe et le cercle y ont même tangente) ; c en c_1, b en b_1 (tangente verticale), et a en a_1 (tangente à 45°, autre point de contour apparent).

On gardera cette courbe partout où le fût subsiste et on la fera ressauter, tout à l'heure, quand on aura déterminé les ombres propres et portées des autres surfaces, telles que : rondelle, échine, boudin et astragale..

(*b*) *Ombres des surfaces de révolution.* — Il n'y a rien de nouveau à dire à ce sujet.

1° On déterminera les ombres propres de tous les tores et du fût ;

2° On tracera les *courbes ovales* des différents tores (ombres portées de ces tores sur le mur fuyant à 45°), savoir : Vt_3, courbe ovale de la rondelle; $V't_3q$, courbe ovale de l'échine; $V''p''S_3$, courbe ovale du boudin ; on sait que, pour les tores larges et de faible hauteur, on peut substituer sans erreur sensible à cette courbe ovale un arc de cercle (voir plus haut, ombre de l'astragale) ;

3° On en déduira, en remontant par des rayons lumineux inverses, en t_2 et en S les points de perte (tangentes à 45°) et, du même coup, le point de brisure S_2;

4° On fera ressauter ensuite l'ombre de la volute sur l'astragale, sur le boudin, sur l'échine et sur la rondelle, en observant toujours de mettre un point limite, tel que 1 sur l'astragale, ou un point de perte, tel que ω sur l'échine, sur la même ligne à 45° que le point de brisure correspondant.

Ce ressaut se tracera surtout au sentiment.

(*c*) *Ombres des cannelures.* — 1° La cannelure centrale A donne l'ombre de la niche traitée plus haut.

On se rappelle que le point de départ *n* répond au point où le rayon lumineux est tangent au quart de sphère qui constitue le plafond de la cannelure et que le *point de raccordement* 1′ se trouve sur l'ombre portée par l'arête de gauche *hh′* de la cannelure. Sur les autres cannelures le tracé se fera comme suit :

2° *Le plan* permet de trouver en 1″, 1″, 1″, ... les ombres portées par les arêtes de gauche *h*, *h*, ... sur le fond des cannelures ; ce qui donne, en élévation, tous les points de raccordement 1′, 1′, 1′, 1′, ...

3° Les points de départ *n*, δ, δ, *m*, ... ne se trouvent pas tous très facilement, comme le point *n* de la cannelure centrale, en menant des tangentes à 45°, aux ellipses projections verticales des cercles de couronnement. Mais on peut immédiatement trouver 4 de ces points de départ, savoir :

1ᵉʳ point : Sur la cannelure WW′, à 45° en pleine lumière, le point d'origine est en *k* à la naissance de l'ellipse; car le petit cylindre qui serait circonscrit à la sphère du plafond, tout le long du cercle de couronnement, serait un cylindre horizontal à 45°, parallèle, en plan, à la projection horizontale des rayons lumineux, et son ombre propre passerait par les points de naissance *k*, *k*, ...

2ᵉ point : Sur l'autre cannelure de droite V, à 45° dans l'ombre, le cylindre analogue serait perpendiculaire, en plan, au rayon lumineux, et son ombre propre s'obtiendrait en menant en *m*, une tangente à l'angle φ, à son cercle de base rabattu, ou, ce qui revient au même, une tangente à 45°, à l'ellipse 1, *m*, projection verticale de ce cercle de base non rabattu.

3ᵉ point : Sur la cannelure centrale le point *n* répond au point de tangence à 45° (ombre de la niche).

4ᵉ point : Sur la dernière cannelure de droite B, par raison de symétrie, le point *n′* est au niveau du point *n* de la cannelure centrale.

Cela donne donc quatre points de départ *v*, *n*, *m′* et *n′* obtenus immédiatement. On joint ces quatre points par une courbe continue, ce qui donne, par recoupements avec les autres ellipses, les autres points de départ δ, δ, δ, ...

Le reste de l'épure s'achève facilement.

(*d*) *Nota.* — Pour ne pas compliquer l'épure on n'y a pas indiqué l'ombre portée par les spires de la volute sur les parties en creux qui séparent ces spires. Pour tracer cette ombre, on supposera, dans une première approximation, que le fond de ces parties en creux est plan, ce qui conduira à chercher l'ombre d'une figure de front sur un plan de front. Cette ombre reproduira exactement la figure elle-même. On pourra donc décalquer la volute, et en la transportant à 45°, à droite et en dessous, de la longueur voulue, la reproduire rapidement sur le fond. Après quoi, au sentiment, car ici la géométrie ne peut plus servir, on fera s'éloigner ou se rapprocher les points de cette ombre préalable, suivant que le fond réel sera plus loin ou plus près que le fond plan considéré en premier lieu et provisoirement.

54. **Chapiteau corinthien** (fig. 87).

L'ombre du chapiteau corinthien ne peut pas être trouvée d'une manière réellement simple, à cause des feuilles qui ornent la corbeille ; mais il est possible, en ne considérant que l'épannelage des feuilles, de déterminer les grandes masses des ombres; le détail se trace ensuite au sentiment.

(*a*) *Ombre de l'abaque sur lui-même.* — On pourrait, à la rigueur, traiter l'ombre de l'abaque comme celle d'un listel en creux, mais il est préférable de se servir du plan. On obtiendra des points de l'ombre portée comme il est indiqué pour le point 5 5′ portant ombre en $5_1 5'_1$.

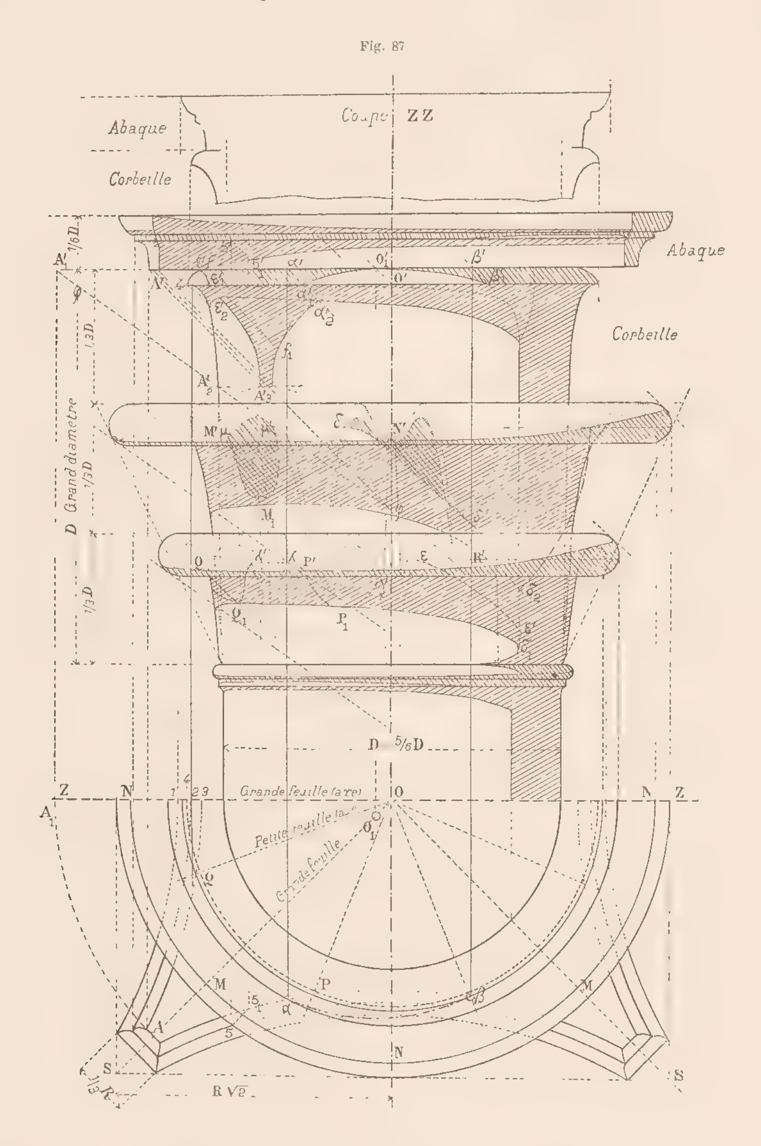
(*b*) *Ombre de l'abaque sur la corbeille.* — Le point AA_1, qui est dans le méridien de symétrie à 45°, donne une ombre portée A_3, obtenue par la méthode des plans sécants et par l'emploi de l'angle φ rabattu (voir $A'_1A'_2$ ramené en $A'A'_3$).

Pour avoir les points limites α'_1 et β'_1 sur le cercle 4 qui forme le rebord de la corbeille, on emploie la méthode des projections obliques appliquée en prenant comme plan d'ombres portées le plan horizontal de la courbe $\alpha'\beta'$. A cet effet, le cercle 4, qui constitue le rebord de la corbeille, est relevé par un rayon lumineux inverse à 45° sur le plan de la courbe $\alpha'\beta'$ de l'abaque ; l'opération se fait sur le plan. On relève à 45° O en O_1 ; on décrit de O_1 comme centre un cercle égal au cercle 4 et qui recoupe en α et β l'arc de cercle inférieur de l'abaque ; on rappelle α et β en α′ et β′ sur l'élévation et on en déduit par les rayons à 45°, les points cherchés α'_1 et β'_1.

(c) *Ombre de l'épannelage des feuilles.* — Cette ombre est tout à fait analogue à l'ombre de l'astragale (nº 31), traitée dans les leçons précédentes ; on en obtient rapidement les points les plus hauts Q_1 ou M_1 et les points de perte δ_1 et δ_2.

Une fois ces masses d'ombres déterminées, ont peut, en

Fig. 87



dessinant les feuilles dans leur épannelage, être fixé sur des points tels que Q_1, M_1 ou P_1 appartenant réellement à l'ombre portée des feuilles ; le reste s'achève au sentiment ; mais pour réussir dans ce dessin de sentiment, il est indispensable d'avoir copié et ombré d'après nature un certain nombre de chapiteaux de ce genre, en les éclairant par une lumière dont la direction se rapprochera autant que possible de celle des rayons usuels à 45°.

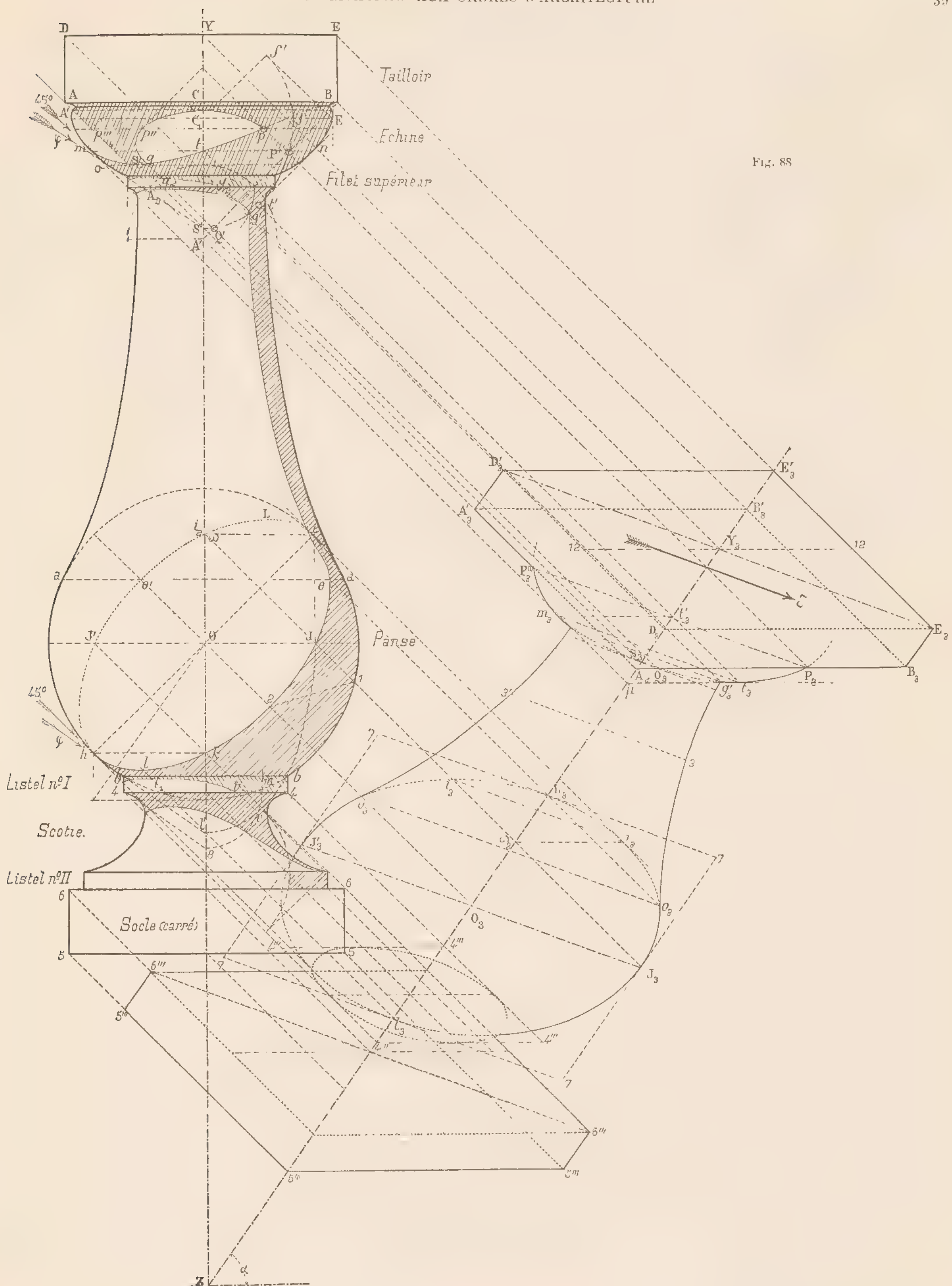

Tailloir
Echine
Filet supérieur
Panse
Listel n° I
Scotie.
Listel n° II
Socle (carré)

Fig. 88

§ II. — Applications a des details d'architecture

55. **Ombres d'un balustre.** (Epure donnée à l'Ecole des beaux-arts, sur feuille demi grand-aigle) (fig. 88).

(A) **Enoncé.** — Le croquis ci-joint donne, au tiers de grandeur, le profil approché du balustre. La panse *aa* — *bb* est exactement sphérique. Les autres profils seront tracés à la main de manière à éviter les jarrets dans les courbes d'ombre propre.

On demande : 1° de déterminer les ombres du balustre (ombres propres et autoportées) ; 2° de tracer les ombres portées sur un toit parallèle à la ligne de terre et incliné sur le plan horizontal d'un angle, α, qui sera compris entre 50° et 60°. Le point z est le point où l'axe du balustre, s'il était prolongé, percerait le toit.

(B) **Ombres du balustre.** — (*a*) *Echine.* — Chercher l'ombre propre de l'échine comme celle du tore n° 26 et du chapiteau dorique n° 48. La tangente à 45° donne en m le point sur le contour apparent. On le ramène en t sur l'axe. Sur l'équateur le point f s'obtient par les deux lignes à 45°, C_1f' et Ef'.

(*b*) *Ombre portée par le tailloir sur l'échine.* — On cherche : 1° en $fP'g'S'$ la courbe ovale de l'échine, c'est-à-dire son ombre portée sur le plan fuyant à 45° ; et 2° en BA' (à 45°) l'ombre auxiliaire, sur le même plan fuyant, de l'arête AB du tailloir. Les points P' et Q' où se coupent ces deux lignes, donnent en p et q, en les remontant à 45° sur la séparatrice de l'échine, les deux points de perte.

Pour tout le reste de l'ombre de l'échine se reporter à l'ombre du chapiteau dorique n° 48.

(*c*) *Ombre de la panse.* — C'est l'ombre propre de la sphère ; on cherche en $l'J$, la courbe ovale de la sphère, et en 8, v', *10* l'ombre de la base, 44, du listel n° I sur le plan fuyant à 45°. De la rencontre v', de ces deux courbes on déduit, en remontant à 45°, le point limite v de l'ombre portée par la sphère sur le listel n° I.

(*d*) *Scotie.* (Voir plus haut, n° 52.)

(C) **Ombres portées sur le toit.**

(*a*) *L'axe.* — En menant par le point z, pied de l'axe sur le toit, une ligne inclinée à l'angle α du toit nous avons en zE'_3 l'ombre portée par l'axe.

(*b*) *Le tailloir.* — On se rappelle (voir n° 18, ombre d'une cheminée sur un toit) que tous les sommets des carrés situés dans le plan de symétrie à 45°, portent ombre en E'_3, B'_3, A_3.... 5''. .. sur l'ombre portée de l'axe, ce qui permet d'obtenir immédiatement, par des lignes à 45°, les parallélogrammes tels que $D_3E_3E'_3D'_3$ d'ombre portée par ces carrés. Menons la diagonale $E_3D'_3$ d'un de ces parallélogrammes ; soit δ la direction de cette ligne ; cela nous donnera l'ombre portée par la diagonale du carré située dans le plan fuyant à 45° ; il nous suffira d'obtenir les points de l'ombre portée tels que $P_3t_3g'_3$.... θ_3.... etc., situés d'un côté de zE'_3, pour obtenir, à égale distance, de l'autre côté et sur des lignes parallèles à cette direction δ, d'autres points.

En résumé, sur l'ombre portée, la ligne zE'_3 (ombre portée de l'axe) est le *diamètre* de toutes les cordes parallèles à la direction δ. Elle constitue, et cela est important à retenir, une sorte d'axe de symétrie oblique par rapport à la direction δ, très facilement obtenue par la diagonale du parallélogramme d'ombre portée par un carré sur le toit.

(*c*) *L'échine.* — Le point le plus bas, S, de la séparatrice porte ombre en S'_3 sur l'ombre de l'axe (tangente parallèle à δ). Les points de perte P et Q portent ombre en P_3 et Q_3 sur l'ombre A_3B_3 du tailloir. Le point m, sur le contour apparent, donne ombre en m_3 (tangente à 45°) et t en t_3 (tangente horizontale). Cela donne sept points de l'ombre de l'échine ; c'est suffisant pour la tracer.

On y fait ressauter le point de perte g' en g'_3, ce qui donne un point de l'ombre portée par le corps du balustre.

(*d*) *La sphère.* — Cherchons les ombres portées par deux diamètres JJ' (points sur l'équateur) et lL (points le plus bas et le plus haut) de la séparatrice, et nous aurons en $J_3J'_3$ et l_3L_3 deux diamètres conjugués de l'ellipse d'ombre portée, desquels nous déduirons un parallélogramme circonscrit 7, 7, 7, 7. A cet effet : 1° les points l et L, étant dans le plan de symétrie à 45°, portent ombre sur l'ombre zE'_3 de l'axe ; 2° les points J et j' étant à 45° sur l'équateur portent ombre en J_3 et j'_3, sur la parallèle à la direction δ menée par l'ombre O_3 du centre de la sphère.

Le reste de l'épure se comprend ensuite facilement.

56. **Ombres d'une cuve de fonts baptismaux** (fig. 88bis). (Concours de l'Ecole des Beaux-Arts.) — (*a*) *Description.* Un prisme orthogonal régulier, creusé en forme de demi-sphère, constitue la *cuve* proprement dite. Ce prisme est supporté par une *échine* accompagnée de trois *annelets* et les profils de tous ces éléments sont étagés sur une demi-sphère concentrique à celle de la cuve.

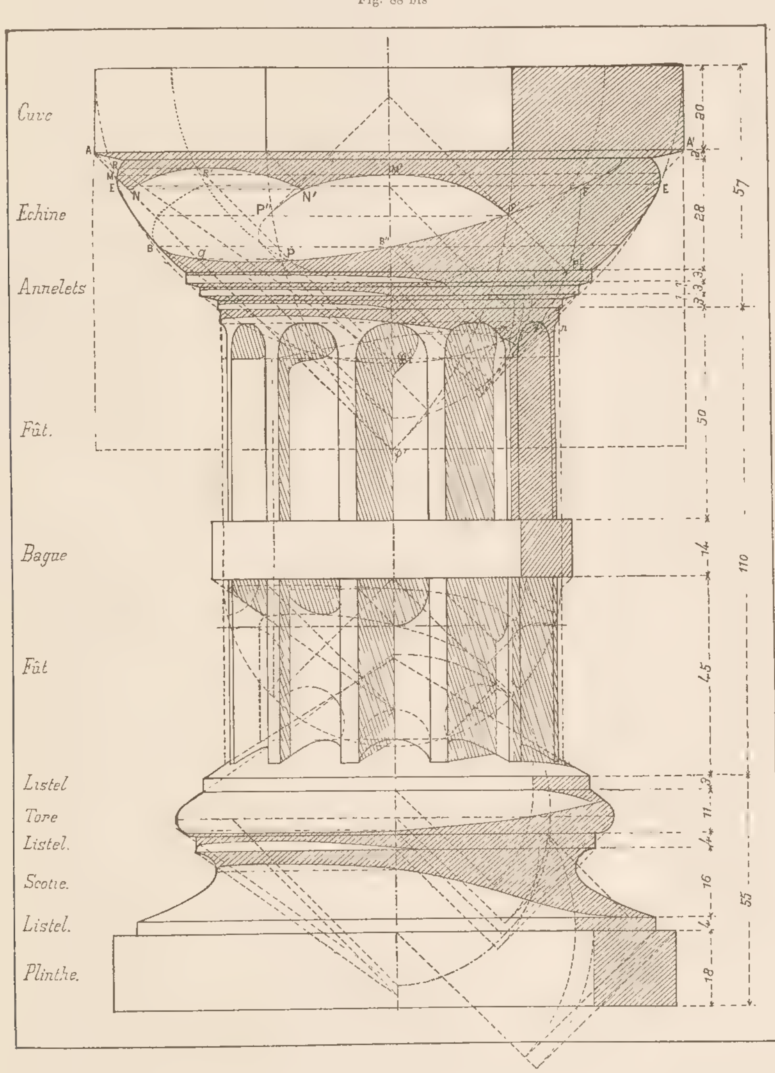
Le tout repose sur un *fût* orné de 12 *cannelures* demi-cylindriques, terminées à leur partie supérieure par des demi-sphères creuses, en forme de niches. Une *bague* cylindrique saillante coupe le fût en son milieu. Les cannelures viennent, à leur partie inférieure, s'amortir sur un cône saillant.

Une *base* composée d'une tore, d'une *scotie* et d'une *plinthe* (cette dernière carrée), complète l'ensemble.

(*b*) *Ombres.* — 1° Cuve, échine, annelets, comme pour le chapiteau dorique. Néanmoins l'ombre portée par la cuve

sur l'échine n'est pas tout à fait semblable à celle du tailloir. Elle est identique à cette dernière entre N' et le point de perte ; mais de N en N' c'est le pan coupé qui la donne. N' est déjà obtenu et le point le plus haut R' est fourni par le rayon φ.

Fig. 88 bis



2° Cannelures et base, comme pour la base attique (v. plus haut). (1).

(1). *Erratum.* — Sur la figure 88bis des hachures d'ombres ont été oubliées, sur les parois de séparation des cannelures comprises dans l'intérieur de l'ombre portée par la bague du milieu.

§ III. — Exercices a chercher

57. **Un amortissement** (fig. 89).

Épure donnée à l'École des Beaux-Arts.

(*a*) *Enoncé*. — Le dessin ci-joint donne, à moitié de l'épure à faire, le croquis du motif d'architecture dont il faut exécuter la mise en place et rechercher les ombres.

Le tailloir circulaire T' est soutenu par douze modillons dont la figure Q' donne le profil en élévation et dont la figure Q donne la largeur en plan.

Le motif est supposé sortir d'un toit parallèle à la ligne de terre et dont la pente est donnée en α. La ligne inférieure X'Y' du socle est aussi une horizontale du toit.

On demande : 1° De mettre en projection les modillons et tout le motif ;

2° De chercher les ombres aussi bien sur le motif que sur le toit placé en arrière.

Le rayon lumineux est à 45 degrés, selon l'usage.

(*b*) *Epure*. — Nous guiderons très peu le lecteur pour l'exécution de cette épure. C'est une application de l'ombre du listel combinée avec le ressaut des ombres.

Ainsi, par exemple : 1° on cherchera l'ombre de cercle CC' sur la face antérieure des modillons considérée comme un cylindre complet, sans interruption entre les modillons (ombre du listel) ;

2° On cherchera l'ombre de ce même cercle CC' sur le fût (ombre du listel) ;

3° On déterminera l'ombre du cercle D (supposé non interrompu) d'une part sur le fût (ombre du listel) et d'autre part sur le cavet dont la courbe DE est le profil ; toujours en supposant ce cavet non interrompu entre les modillons (ombre du listel avec congé, n° 30) ;

4° On cherchera l'ombre propre (virtuelle) de ce même cavet annulaire et les points, tels que m, où elle rencontre les arêtes de gauche des modillons, sont les points d'origine des ombres telles que mn', tout à fait analogues à l'ombre du pont (n° 33).

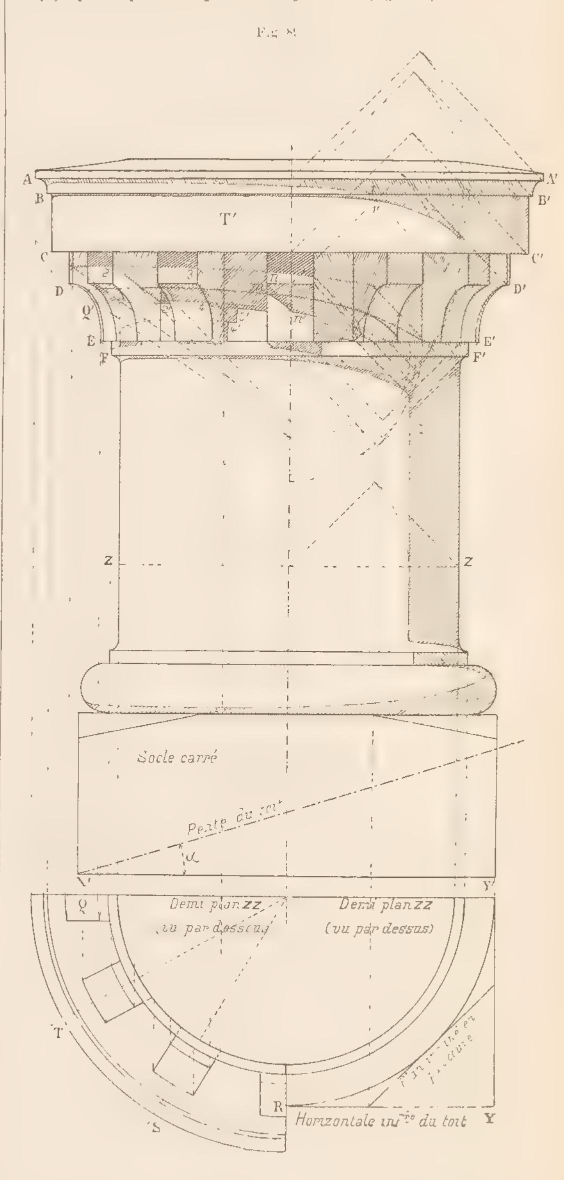
Une fois toutes ces ombres d'ensemble déterminées, les interruptions, telles que 2, 3, 4... de ces lignes, leurs ressauts et leurs points de brisures, tels que 3'..., s'en déduiront facilement.

(*c*) *Nota*. — Le croquis ci-joint donne une idée assez juste des ombres ; mais il est à une trop petite échelle pour que tous les détails aient pu y être figurés avec précision.

58. **Sphères. — Pyramides.** (Epures données à l'Ecole des Ponts et Chaussées, cours préparatoires.)

On demande de déterminer les ombres propres et les ombres portées des quatre figures géométriques indiquées ci-après. Le rayon lumineux est le rayon à 45°.

(*a*) *Sphère pénétrée par trois cylindres* (fig. 90).



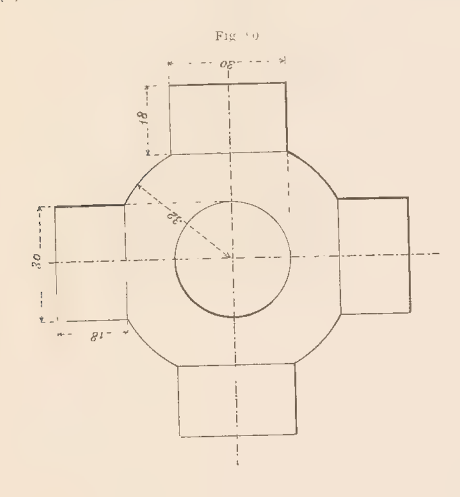
Une sphère porte six tenons cylindriques égaux et à angle droit les uns sur les autres. L'un de ces tenons, celui qui est

entièrement caché en élévation, s'appuie par sa base sur le plan vertical.

Déterminer : 1° les ombres propres de la sphère et des cylindres ; 2° les ombres portées sur le plan vertical par ce solide composé ; 3° les ombres portées par les tenons sur la sphère ou par la sphère sur les tenons.

(*b*) *Quart de sphère creuse, en coupe* (fig. 91).

Fig. 90



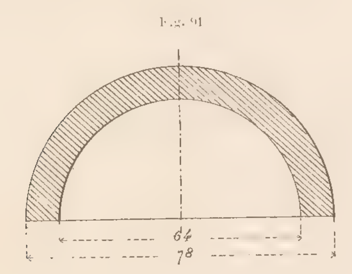
Cette portion de sphère creuse est supposée tangente au plan vertical. On demande de déterminer :

1° Les ombres portées dans l'intérieur de la sphère ;

2° Les ombres portées sur le plan vertical.

(*c*) *Double pyramide creuse, en coupe* (fig. 92).

Fig. 91



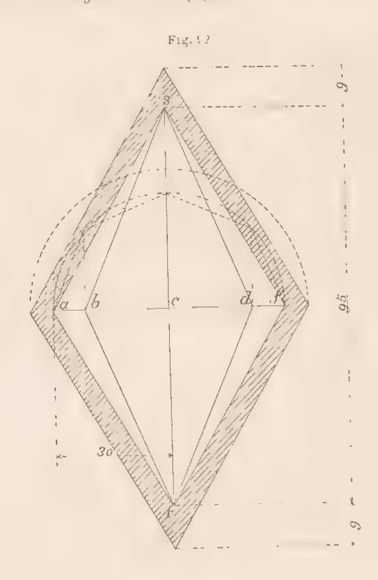
Cette double pyramide, dont les deux sommets intérieurs sont S et *t*, est représentée en coupe. La base commune est le demi-octogone régulier rabattu au-dessus. La ligne des sommets, *st*, est située à 40 millimètres en avant du plan vertical. On demande :

1° De déterminer l'ombre portée sur le plan vertical ;

2° De tracer l'ombre portée dans l'intérieur de la double pyramide.

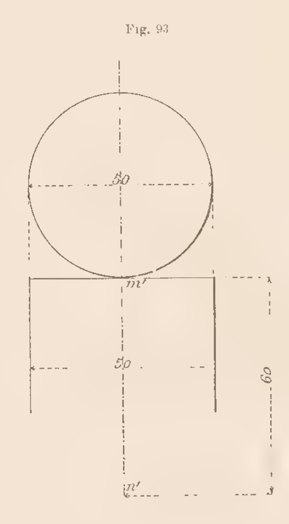
(*d*) *Sphère et cylindre portant ombre sur un toit incliné à 30 et parallèle à la ligne de terre* (fig. 93).

Fig. 92



Un cylindre de révolution a pour axe la droite $n'm'$. Le point n' est le point où cet axe perce le toit.

Fig. 93



Une sphère, de même rayon que le cylindre, est posée sur la base supérieure de ce dernier. On demande :

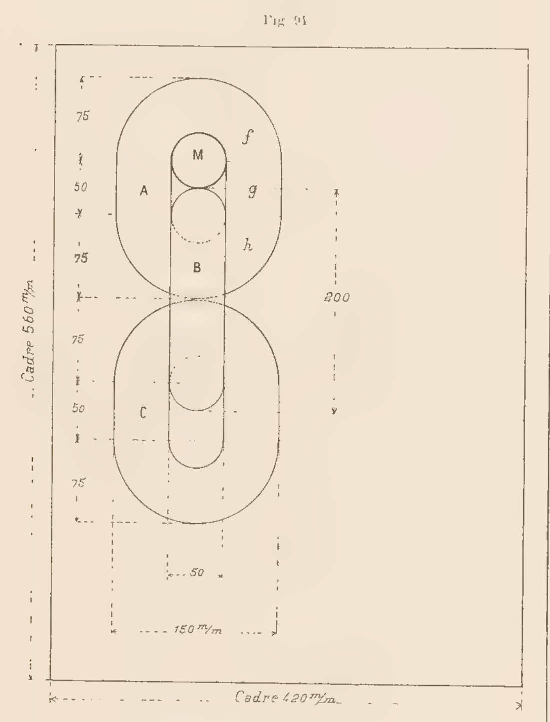
1° De tracer le contour apparent du cylindre et de déterminer sa trace sur le toit ;

2° De dessiner les ombres propres de la sphère et du cylindre, ainsi que les ombres portées sur le toit.

59. **Anneaux entrelacés.** — Epure donnée à l'Ecole des Beaux-Arts (fig. 94).

(*a*) *Données.* — Deux anneaux constituant les maillons d'une chaîne, seront dessinés en A et C, dans la position de front ; ils sont réunis par un anneau B, placé de champ, ayant la même forme et les mêmes dimensions qu'eux.

Fig. 94



On remarquera : 1° Que chacun de ces maillons est formé de deux demi-tores circulaires, *f* et *h*, réunis par des portions de cylindres telles que *g*.

2° Toutes ces surfaces sont (ce qui ne se présente pas dans la pratique) en contact parfait les unes avec les autres.

3° Le maillon supérieur A est supporté par un cylindre M, perpendiculaire au mur, et d'une longueur arbitraire.

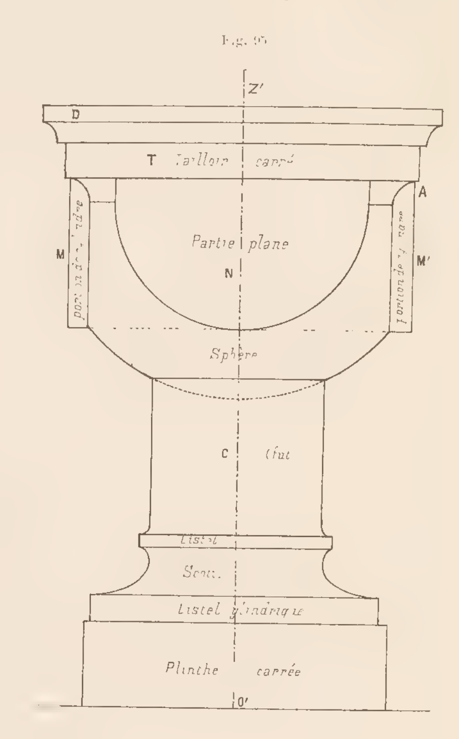
On suppose, enfin, que le maillon de champ B est tangent à un plan de front situé à 50 millimètres en avant du mur.

(*b*) *Epure à faire.* — On demande : 1° De déterminer les ombres propres (à 45°) des trois solides (ces ombres seront dessinées en bleu) ;

2° De tracer les ombres portées sur le mur (les ombres en noir, et les constructions auxiliaires en rouge) ;

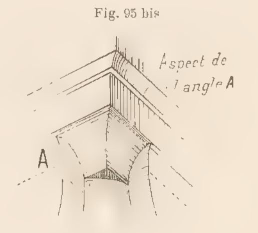
3° De déduire de ces ombres portées sur le mur les

Fig. 95



ombres portées par les solides les uns sur les autres (en bleu).

Fig. 95 bis



60. **Une colonnette surmontée d'un chapiteau de forme byzantine.**

Epure donnée à l'École des Beaux-Arts.

Le dessin ci-joint (fig. 95) donne, au tiers de l'épure à faire, le croquis du motif d'architecture dont il faut rechercher les ombres.

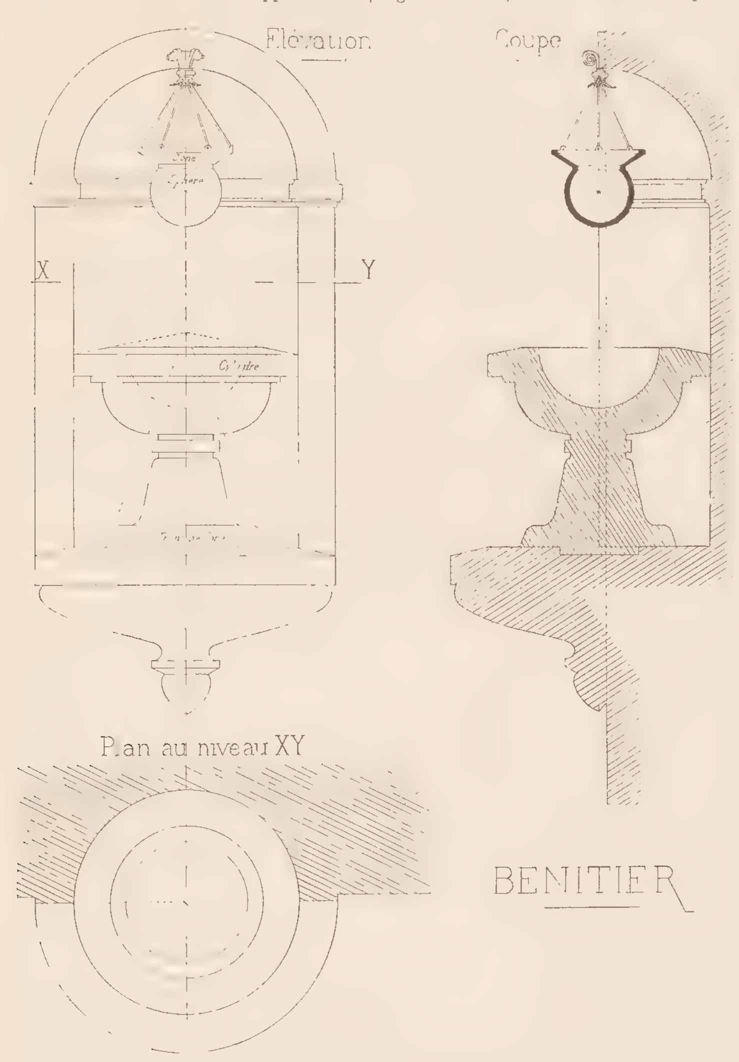
Le fût cylindrique C est couronné par une portion de

sphère, laquelle est pénétrée par quatre demi-cylindres, M, N et M'.

Un tailloir (ou abaque) T carré, accompagné d'un cavet D, couronne le tout.

Afin d'éviter toute indétermination dans l'appréciation des formes, nous avons donné (fig. 95 bis) le détail perspectif de l'angle A.

On demande : 1° de déterminer les ombres propres du solide ; 2° les ombres portées sur un toit, parallèle à la ligne de terre, incliné à 35° sur le plan horizontal et placé



de telle sorte que l'axe O'Z' du motif, prolongé, couperait ce toit au-dessous du point O' et à une distance égale au tiers de la hauteur O'Z'.

61. Une niche sphérique avec bénitier et lampe sphéroconique. — Epure donnée à l'Ecole des Beaux-Arts.

Feuille demi-grand aigle. Tripler les dimensions du croquis.

1° Déterminer toutes les ombres propres ou portées des solides figurés sur le croquis ci-joint, en plan, en élévation et en coupe.

2° Décalquer les résultats sur une feuille de papier à laver et exécuter le rendu.

62. Coupole sphérique, en coupe, avec corniche ornée de consoles et lunettes coniques.

Le croquis ci-joint, fait connaître la moitié de gauche de la coupe. L'autre moitié est à compléter sur l'épure.

On triplera les dimensions du croquis.

Description. — La coupole est percée, à sa partie supérieure, par une ouverture constituée par un tore, creux, accompagné de deux cylindres de faible hauteur.

Elle est éclairée, en outre, par des cônes de révolution dont le sommet est en OO', au centre de la sphère, et dont l'axe, *s'il était de front*, serait la droite inclinée O'Z'. En réalité les axes de ces cônes occupent en plan les positions OZ, OZ', à 45°. Il faudra chercher les courbes suivant lesquelles ces cônes coupent l'intrados de la voûte et son extrados, lequel est supposé sphérique et concentrique à l'intrados.

Au-dessous de la coupole se trouve un cylindre (tour ronde) couronné par un larmier B'.

Ce larmier est soutenu par des consoles dont les axes sont, en plan, les lignes *m*, *m*, *m*. On remarquera qu'aucun de ces axes n'est de front, ni de profil. Par conséquent le profil de la console donné en D', comme si l'axe était de front, n'est pas à conserver, si ce n'est comme ligne de construction, en pointillé.

On voit en C' un talon qui sera interrompu par les faces des consoles. Ces faces sont constituées par des plans verticaux, *f*, *f* (voir en plan).

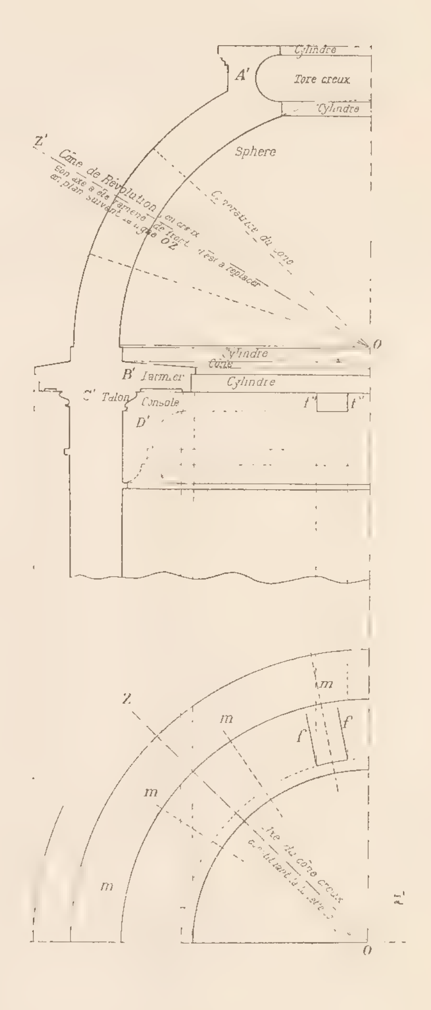
On demande : 1° De représenter cet ensemble avec tous ses détails, savoir :

(*a*) L'entrée et la sortie des lunettes coniques.

(*b*) Les consoles et les intersections de leurs faces planes avec le talon.

2° De chercher les ombres à 45°.

Exécution : *En noir les résultats. En rouge fin les lignes de rappel et les lignes de construction. En bleu les lignes d'ombres.*



§ IV. — Applications au dessin de machines

On trouvera ces applications dans la deuxième partie « *Le Rendu* », ainsi que beaucoup d'autres relatives à l'architecture : voûtes, balustres, vases, etc...

FIN DES OMBRES USUELLES

DEUXIÈME PARTIE

LE RENDU

DANS LE DESSIN D'ARCHITECTURE ET DANS LE DESSIN DE MACHINES

CHAPITRE PREMIER

GÉNÉRALITÉS

§ I. — Définitions et expériences

61. **Objet de cette étude.**— La théorie des ombres avait pour but, connaissant la position d'une ou de plusieurs sources de lumière directe, de déterminer sur la surface des corps les portions de ces surfaces qui sont éclairées et celles qui sont dans l'ombre.

La théorie du rendu a pour objet d'étudier les différences d'éclat ou de couleur que présentent ces surfaces en ayant égard :

1° A la manière dont leurs différents éléments reçoivent la lumière directe ou les reflets;

2° Aux positions que ces éléments occupent, par rapport au spectateur.

Elle donne la marche à suivre pour rendre ces différences sur les dessins à l'aide des couleurs, couleurs parmi lesquelles nous rangerons l'encre de Chine ou tout autre ton servant à produire les effets de l'ombre.

La théorie du rendu sera basée sur l'étude de trois principes :

1° Le principe des orientations;

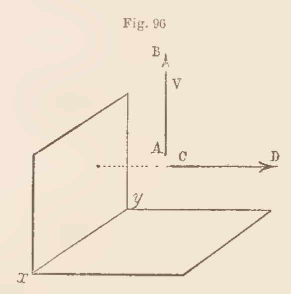
2° Le principe des couleurs;

3° Le principe des distances.

62. **Rayons lumineux directs et rayons visuels.** — Nous admettrons comme toujours que, dans le dessin industriel, les *rayons lumineux directs* sont parallèles entre eux et dirigés à 45°, c'est-à-dire parallèles à la diagonale du cube. Les *rayons visuels* aboutissent à l'œil de l'observateur.

S'il s'agit de regarder une projection horizontale (fig. 96), on suppose l'observateur placé à l'infini, du côté de B, c'est-à-dire au-dessus du plan horizontal et les rayons visuels sont tous parallèles à la verticale AB.

Fig. 96



S'il s'agit, au contraire, d'une élévation, les rayons visuels ont la direction CD, perpendiculaire au plan vertical.

63. **Corps dépolis, corps polis et corps mi-polis.** — La lumière, en frappant la surface d'un corps, peut être ren-

voyée de deux manières différentes suivant que ce corps est *dépoli* ou *poli*. Dans le premier cas, la lumière est *diffusée*, ce qui veut dire qu'elle est renvoyée dans tous les sens; dans le second cas elle est *réfléchie spéculairement*, comme dans un miroir, c'est-à-dire qu'elle est renvoyée dans une direction bien déterminée.

Nous considérerons, en outre, les corps *mi-polis* qui participeront, comme propriétés, des corps polis et des corps dépolis. — Sur ces corps, les lumières intenses se réfléchissent plus qu'elles ne s'y diffusent, les lumières faibles font le contraire.

64. Expériences sur l'éclairement et sur l'éclat apparent des corps dépolis. — Prenons un plan parfaitement dépoli, une plaque recouverte de plâtre, par exemple, ou de papier blanc non glacé ou bien encore un bâton de craie dont on a dressé la surface bien plane, en la frottant sur un autre bâton, et soumettons ce plan à la lumière solaire. Ce plan s'éclairera uniformément et paraîtra d'une teinte blanche parfaitement unie et, sur lui, l'expérience suivante sera facile à réaliser (fig. 97).

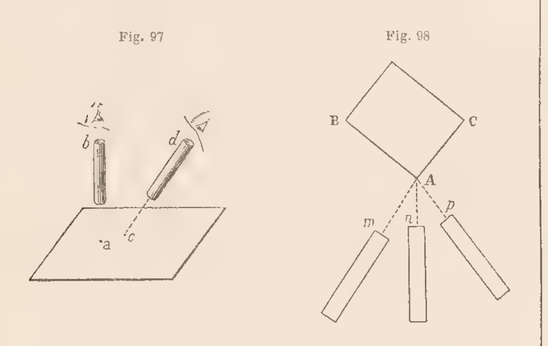


Fig. 97 Fig. 98

(*a*) *1re expérience.* — Prenons un tube, noirci intérieurement au noir de fumée pour éviter les réflexions intérieures, et à l'aide de ce tube regardons le plan dans toutes les directions *ba*, *dc*, etc.

L'extrémité ouverte paraîtra former un rond blanc d'un certain éclat, et il sera impossible de saisir les variations d'éclat quand on changera l'inclinaison du tube, excepté cependant lorsque l'on se placera très près de l'incidence rasante, auquel cas il se produira un assombrissement dû aux aspérités de la surface qui se recouvrent les unes les autres et qui présentent, chacune, leur partie dans l'ombre.

(*b*) *2e expérience.* — Ces effets sont les mêmes que ceux qui se produiraient avec une plaque de métal rougie au feu et devenue *source de lumière*. Quelle que soit la manière dont on orienterait cette plaque devant les yeux, son éclat apparent ne varierait pas.

(*c*) *3e expérience.* — Nous pouvons faire l'expérience d'une manière encore plus concluante.

Prenons un prisme de plâtre ou un bâton de craie, dont l'une des arêtes A sera bien vive (fig. 98), et éclairons-le de telle sorte que deux de ses faces, AB et AC, paraissent également lumineuses.

Avec le tube précédent, regardons l'arête A et nous constaterons que quelle que soit la direction du tube *Am* — *An* — *Ap*, les deux faces paraîtront toujours aussi lumineuses l'une que l'autre. C'est à peine si l'arête A pourra se distinguer; il semblera que les faces BA et AC soient dans le prolongement l'une de l'autre.

Dans un amphithéâtre l'expérience se fait très facilement. On oriente le prisme devant une fenêtre, de telle sorte que, pour un spectateur déterminé, les deux faces paraissent se confondre comme éclat apparent, et l'on constate que pour tous les autres spectateurs il en est de même.

65. Conséquences relatives à la lumière émise par une surface dépolie. — Des expériences précédentes, on peut dégager les conséquences suivantes :

(*a*) *Loi de l'émission de lumière.* — Un élément plan d'une surface *dépolie* se conduit, une fois éclairé par une source de lumière, comme le ferait un corps lumineux par lui-même, par exemple comme une plaque de tôle rougie au feu. Pour l'un et l'autre cas nous concluons de ces expériences le théorème suivant :

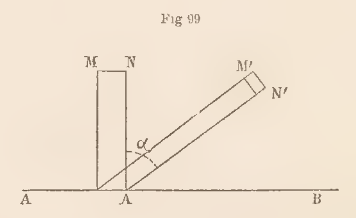


Fig 99

(*b*) *Théorème de l'émission.* — L'intensité des rayons *émis* par une surface dépolie (ou par une surface source de lumière) est proportionnelle au cosinus de l'angle fait par les rayons émis avec la normale à la surface. Nous nommerons cet angle *l'angle d'émission*. En effet (fig. 99) :

Soit Q la quantité de rayons émis normalement par un élément de surface égal à A; Q' la quantité émise par le même élément sous l'incidence α.

Les premiers rayons forment un cylindre dont la section droite est $MN = A$.

Les seconds en forment un autre de section droite

$$M'N' = MN \cos\alpha, \qquad \text{d'où} \qquad M'N' = A \cos\alpha.$$

Or, puisque, vu sous ces deux directions, l'élément paraît également éclatant, c'est que les quantités de rayons reçus

sur l'unité de surface, en section droite, sont égales dans les deux cas.

Ces quantités sont :

$\frac{Q}{A}$ pour la direction normale et $\frac{Q'}{A \cos \alpha}$ dans la deuxième direction.

On a donc : $\frac{Q}{A} = \frac{Q'}{A \cos \alpha}$ d'où : $Q' = Q \cos \alpha$.

C. Q. F. D.

(*c*) *1er Corollaire.* — L'éclat apparent d'une *surface dépolie* ne dépend pas de la position du spectateur, mais uniquement de l'intensité de la source lumineuse et de l'angle sous lequel la lumière directe frappe cette surface. La deuxième expérience, celle du prisme, le prouve bien clairement.

(*d*) *2e Corollaire.* — Sur une surface dépolie, éclairée par une ou plusieurs sources de rayons lumineux, les lignes d'égal éclat apparent sont les lignes d'égal éclairement.

66. **Eclairement total. — Eclairement unitaire d'une surface plane.**

(*a*) *L'éclairement total* d'une surface plane égale à A est la quantité totale Q de lumière *reçue* par cette surface.

(*b*) *L'éclairement unitaire* serait la quantité de lumière Q : A reçue par l'unité de surface (par le millimètre carré, par exemple).

L'éclairement unitaire est important à considérer. Une surface dépolie nous semblera également éclatante si son éclairement unitaire est le même partout, c'est-à-dire si chaque millimètre carré est également éclairé. Cet éclairement unitaire est déterminé par le théorème suivant :

(*c*) *Théorème de l'éclairement.* — L'éclairement unitaire d'un élément de surface est proportionnel au cosinus de l'angle d'incidence des rayons lumineux. (Figure inutile.)

En effet, soit ABCD un prisme à section droite carrée, servant d'enveloppe à toute une série de rayons lumineux en quantité Q. Un premier plan P, normal aux rayons lumineux, recevra une quantité de lumière représentée par Q.

Soit A la section droite du prisme, l'éclairement unitaire de ce plan P sera : $E = \frac{Q}{A}$. Un plan P′, incliné sur le plan précédent d'un angle α, sera coupé par le prisme suivant une section de surface égale à $\frac{A}{\cos \alpha}$. La quantité de lumière reçue sera toujours la même Q et l'éclairement unitaire $E' = \frac{Q \cos \alpha}{A}$. On a donc : $E' = E \cos \alpha$.

C. Q. F. D.

(*d*) *Corollaire.* — Par conséquent, sur une surface dépolie, les lignes d'égal éclairement, et par suite d'égal éclat apparent, sont les lignes d'égale incidence, c'est-à-dire les lignes telles qu'en leurs différents points les rayons lumineux font un même angle avec la normale à la surface; plus cet angle est petit, c'est-à-dire plus le rayon lumineux se rapproche de la normale, ou, ce qui revient au même, s'éloigne du plan tangent, plus l'éclairement est grand et plus grand aussi est l'éclat apparent.

67. **Rayons indirects dits : de reflets.** — Si la lumière solaire était unique et que l'on fût dans le vide absolu, c'est-à-dire en dehors de l'atmosphère et de tout objet environnant, il n'y aurait aucun reflet et tous les points d'une surface, situés dans l'ombre, seraient *absolument noirs.*

Or, dans les conditions ordinaires, il n'en est pas ainsi ; une ombre n'est jamais noire. Il y a donc des sources indirectes de lumière qui produisent ce que l'on nomme *des reflets.*

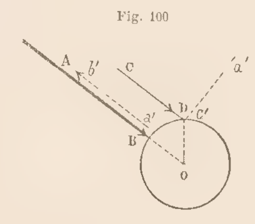
Ces reflets peuvent provenir des causes les plus variées. Il serait impossible de tenir compte théoriquement de toutes ces causes. Les artistes seuls peuvent rendre, à la condition de les étudier d'après nature, les effets de lumière, de coloration, d'ombre ou de demi-teintes dus aux causes très multiples des reflets qui se présentent dans la nature.

Dans cette étude théorique nous ne tiendrons compte que des reflets dus à l'atmosphère, ou *reflets atmosphériques*, et de ceux qui sont dus au sol, ou *reflets terrestres* ; et encore ferons-nous des hypothèses et des conventions dont il faudrait bien se garder de tirer des conséquences trop absolues.

Disons de suite qu'il faut beaucoup étudier d'après nature et observer sans cesse les reflets que la lumière produit à la surface des corps sous peine d'exagérer et d'interpréter maladroitement ce que nous allons dire par la suite.

(*a*) *Reflets atmosphériques.* — On assimile chaque molécule d'air, ou de poussière, contenue dans l'air, à une très petite sphère brillante qui réfléchirait la lumière dans tous les sens. Dès lors un objet, même dans l'ombre, recevra de la lumière indirecte émanant de toutes ces petites sphères en nombre presque infini.

Fig. 100



Il est facile de voir, en prenant une de ces petites sphères (fig. 100), que les rayons solaires qui la frapperaient normalement, dans la direction AB, seraient réfléchis suivant $a'b'$ en revenant sur eux-mêmes, tandis que d'autres tels que CD, qui ne la frapperaient pas normalement, seraient réflé-

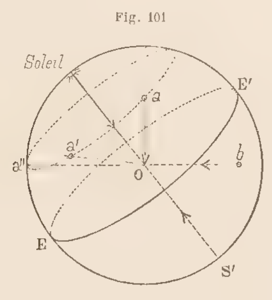
chis suivant $c'd'$. L'ensemble des rayons qui frapperaient la sphère sous la même incidence que CD formeront un cône d'autant plus ouvert et, par conséquent, d'autant moins garni de rayons et d'autant moins éclairant que le rayon CD sera plus près d'être tangent à la sphère.

Il résulte de là que les rayons obliques CD seront plus ou moins dispersés par le fait de la réflexion sur les molécules d'air et donneront, par suite de cet éparpillement, après la réflexion, un éclairage moins intense que les rayons normaux ou presque normaux qui ne sont pas, ou presque pas, dispersés.

Par conséquent, l'atmosphère donne des reflets dans toutes les directions ; mais c'est dans la direction $a'b'$, *directement opposée aux rayons solaires*, que les reflets atmosphériques sont le plus éclairants, tandis qu'ils le sont le moins, dans une direction perpendiculaire telle que $c'd'$; néanmoins il ne saurait y avoir beaucoup de différence entre les intensités des reflets qui viennent suivant ces différentes directions.

(*b*) *Le ciel, source de reflets.* — On se rendra mieux compte encore de la loi de répartition de ces reflets en se figurant

Fig. 101



(fig. **101**) placé en O et comme enveloppé dans la sphère céleste et en considérant ce que les peintres appellent *le ciel.*

En quelque point que l'on regarde le ciel, il paraît lumineux et par conséquent il envoie des reflets. Si on le regarde en S on trouvera le soleil envoyant des rayons très intenses ; mais tout autre point tel que a en enverra aussi ; le ciel paraîtra encore très lumineux en a, près du soleil, et plus on se rapprochera de l'équateur EE', c'est-à-dire du méridien dont le plan est perpendiculaire à la ligne SO, plus l'éclat du ciel ira en diminuant; en EE' on passe par un minimum. Au-delà de EE', en b par exemple, l'éclat augmentera un peu et sera de nouveau maximum pour le point S' opposé au soleil ; mais ce dernier maximum ne saurait être comparable à celui qui répond au soleil S.

D'ailleurs, si nous prenons sur la sphère céleste des points tels que a, a', a''..., situés sur un même parallèle, ils auront le même éclat ; ils enverront donc des rayons indirects qui auront la même intensité. Autrement dit, si l'on classe les rayons indirects suivant leur intensité, tous les rayons de même intensité tels que aO — a'O — a''O, etc... arriveront suivant les génératrices d'une série de cônes de révolution qui auraient pour axe commun la ligne SS', c'est-à-dire le rayon solaire principal.

(*c*) *Rayon atmosphérique principal.* — Si nous imaginions que, l'atmosphère n'existant plus, il y ait seulement deux sources de lumière : l'une le soleil S éclairant dans la direction SO, et l'autre, un second soleil fictif S' très peu lumineux par rapport à l'autre, éclairant dans la direction opposée S'O. Ce deuxième soleil produirait, à lui seul, *à peu près* le même effet que tous les reflets atmosphériques réunis. Il peut être commode de le considérer au lieu de ces reflets, et nous nommerons *rayon atmosphérique principal*, la direction de lumière qu'il *pourrait* nous envoyer.

Mais il faut bien remarquer que le soleil des reflets est tout à fait fictif ; il n'a pas de propriétés ombrantes comme le soleil vrai ; il ne peut pas donner lieu à des séparatrices d'ombre et de lumière ; il n'est là que pour nous aider à comprendre les variations d'intensité d'éclairage, réel ou apparent, dans les ombres.

(*d*) *Reflets terrestres.* — Le sol, supposé horizontal, et éclairé par un plein soleil, doit être considéré comme une surface dépolie qui reçoit la lumière et la diffuse dans tous les sens, d'après les lois étudiées ci-dessus. Il devient une source lumineuse qui éclaire dans toutes les directions et il donne des reflets importants qui l'emportent ordinairement sur les reflets atmosphériques.

Nous les étudierons plus tard, quand nous parlerons du rendu dans le dessin d'architecture. Nous commencerons par les négliger et nous allons, pour débuter, considérer les objets comme noyés dans une atmosphère indéfinie et comme placés suffisamment loin du sol pour n'en pas éprouver de reflets.

§ II. — Principe des orientations et ses conséquences

68. **Variations dans l'éclairement des différents points d'un objet noyé dans l'atmosphère.** — D'après ce qui précède, un élément de surface, même si nous lui masquons le soleil, sera éclairé par les rayons indirects qui lui viendront du ciel. De l'étude qui vient d'être faite, nous pouvons, suivant que l'élément est dans la lumière, dans l'ombre propre ou dans une ombre portée, déduire ce qui suit :

(*a*) *Zônes en lumière.* — L'éclat apparent des zônes en lumière dépendra de la nature de la surface ; il n'est pas le même suivant que cette surface est dépolie, polie ou

mi-polie. Nous donnerons plus loin la manière de déterminer ces zônes sur une sphère (chapitre II).

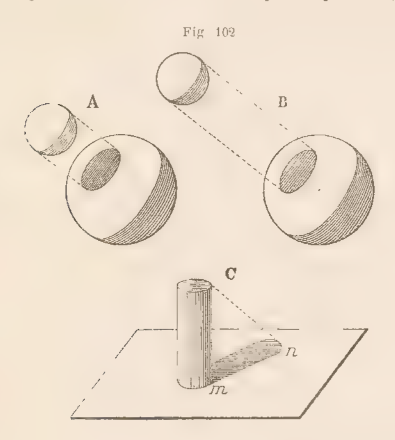
(*b*) *Zônes en ombre propre.* — 1° Plus il y aura de rayons indirects qui seront masqués, plus l'ombre sera noire, et inversement.

2° De deux éléments placés dans l'ombre propre, celui qui se rapprochera le plus d'être normal au rayon atmosphérique principal sera donc le plus reflété.

3° La séparatrice d'ombre propre, ayant ses éléments qui regardent précisément les points du ciel les moins éclairés, sera plus noire que tout autre élément de surface pris dans l'ombre propre, sans être cependant complètement noire, et tout en étant moins noire que les éléments situés dans l'ombre portée, ainsi que nous le disons plus loin.

(*c*) *Zones en ombres portées.* — 1° *Effets de distance.* — L'ombre portée par un objet sur un autre diminue d'intensité lorsque la distance des deux objets augmente ; en effet

Fig. 102



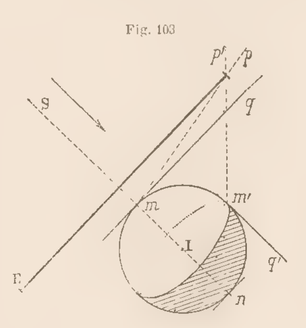
(fig. 102), lorsque l'objet qui porte ombre est placé près (position A), il masque un plus grand nombre de rayons atmosphériques que lorsqu'il est loin (position B) ; il lui cache une plus grande étendue du ciel. C'est pour cette raison que (voir C) lorsqu'un objet porte ombre sur un autre (par exemple un cylindre portant ombre sur un plan, une cheminée portant ombre sur un toit) l'ombre portée est plus noire en m, à son point de départ, qu'en n à son extrémité.

2° *Effets d'orientation.* — Lorsqu'une surface courbe possède une de ses régions dans l'ombre portée par une autre surface, cette région ne reçoit plus ni les rayons directs ni les rayons atmosphériques voisins des rayons directs et qui sont les plus intenses.

Or, prenons deux éléments de surface, l'un voisin de l'incidence normale m et l'autre m' voisin de la ligne d'ombre propre (fig. 103).

Pour fixer les idées, imaginons que l'écran E, qui projette une ombre, soit un plan assez grand. On voit facilement que l'élément m, éloigné de la séparatrice, reçoit les rayons atmosphériques compris entre le plan mp qui, mené par m, va raser le bord de l'écran et le plan tangent mq. D'une

Fig. 103



part ces rayons sont peu nombreux, car l'angle pmq est petit, et d'autre part, ils viennent des points du ciel les moins éclairés. De plus, ils arrivent obliquement. Donc, pour cette triple raison, ce point m sera très peu éclairé par les reflets.

Prenons l'élément m', au contraire, au voisinage de la séparatrice. Il reçoit les rayons, bien plus nombreux, compris entre le plan $m'p'$ rasant l'écran et le plan $m'q'$ tangent à la surface, parmi lesquels un grand nombre le frappent normalement et viennent de points du ciel qui sont éclairants.

Donc l'élément m' sera plus éclairé que m.

A plus forte raison le point n, directement opposé au point m, et dans l'ombre propre, sera plus reflété encore que le point m'.

De cette étude, nous dégagerons la loi suivante :

69. Loi de l'éclairement dans les ombres propres et portées.

1° Dans l'ombre propre, un élément sera d'autant plus éclairé par l'ensemble des rayons atmosphériques qu'il l'eût été davantage par le rayon atmosphérique principal supposé existant seul (ainsi le point n est plus éclairé que m').

2° Dans l'ombre portée, un élément m ou m' sera d'autant plus sombre qu'il eût été plus clair si cette ombre portée n'eût pas existé (ainsi m qui, sans l'écran, eût été très éclairé doit être très sombre dans l'ombre portée).

3° Les lignes d'égales teintes dans l'ombre portée seront les mêmes que si cette ombre n'existait pas ; seulement, les zônes qu'elles sépareront seront d'autant plus sombres qu'elles eussent été plus claires sans l'existence de cette ombre portée. — Ce troisième principe, très important, sera désigné sous le titre de : *Principe des ombres portées.*

4° Dans l'ombre propre, les lignes d'égales teintes se tra-

ceront en faisant l'hypothèse d'un soleil fictif, existant seul et directement opposé au soleil réel. Par conséquent, si le corps est dépoli, les lignes d'égales teintes, étant les lignes d'égale incidence, s'obtiendront en continuant le tracé de celles qui correspondent à la partie éclairée de la surface et comme si les rayons directs étaient susceptibles de les atteindre.

Nota. — Il faut remarquer combien est grande la part de l'hypothèse dans les considérations qui nous conduisent à ces lois. Il faudrait donc se garder d'en chercher l'application rigoureuse lorsque l'on dessine d'après nature. En les observant, en dessin géométrique, on obtiendra des effets qui seront satisfaisants quoique réalisés simplement. C'est tout ce qu'il nous faut.

§ III. — Principe des couleurs et ses conséquences

70. **Tons simples et purs, rabattus ou éclaircis.** — En peinture, lorsqu'on ne cherche pas à se tenir dans les lois rigoureuses de la physique, on admet trois couleurs simples que nous nommerons les *tons simples* et qui, par leur réunion, formeront le blanc ; ce sont :

Le *jaune*, couleur claire et brillante. (La gomme-gutte donne à peu près le jaune pur.)

Le *rouge*, couleur éclatante et demi-claire. (Le carmin, lorsqu'il est bien franc, donne le rouge. Mais le carmin est quelquefois un peu violacé.)

Le *bleu*, couleur sombre. [Il est donné à peu près, par le bleu de Prusse clair, quand ce dernier n'est pas verdâtre] (1).

Le *noir* est l'absence de lumière, ce n'est pas une couleur.

Lorsque ces tons sont à leur maximum d'intensité et qu'ils ne sont mêlés ni de noir ni de blanc, on dit que ces tons sont *purs*.

S'ils sont mêlés de noir, on dit que les tons sont *rabattus* ; s'ils sont mêlés de blanc, on dit qu'ils sont *éclaircis*.

Suivant la fraction de noir ou de blanc qu'ils contiennent ils peuvent être rabattus ou éclaircis à 1/10e, 2/10e, 3/10e, etc. (2).

71. **Tons composites de 1er, 2e ou 3e ordre. — Rosace des couleurs.** — Si l'on mélange, par parties égales, les tons simples, on obtiendra les tons composites de premier ordre qui pourront, eux aussi, être rabattus ou éclaircis.

Le rouge et le jaune donnent l'*orangé*.

Le jaune et le bleu donnent le *vert*.

Le bleu et le rouge donnent le *violet*.

Si l'on mélange un ton composite de 1er ordre, avec le ton simple qui en est le plus voisin, on aura un ton composite de 2e ordre.

L'orangé et le rouge donnent l'*orangé-rouge*.

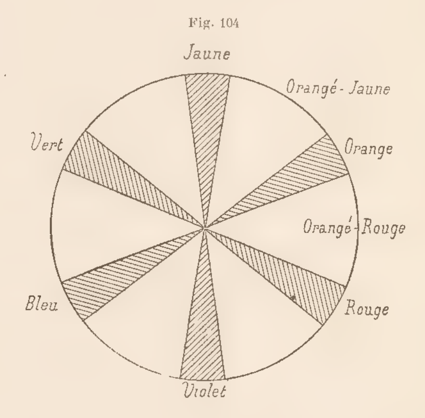
L'orangé et le jaune donnent l'*orangé-jaune*, etc.....

Les tons de 3e ordre s'obtiendront en mélangeant un ton de 2e ordre avec la couleur simple ou composite qui l'avoisine.

L'orangé-rouge et le rouge donnent l'*orangé-rouge-rouge*, etc.

Pour obtenir une rosace des couleurs on trace un cercle

Fig. 104



(fig. 104) ; on prend les points situés aux sommets d'un triangle équilatéral et l'on y place les trois couleurs simples, le jaune, le rouge et le bleu.

Sur les points situés à égale distance des précédents, on placera les tons composites du premier ordre, le vert, le violet et l'orangé, et ainsi de suite.

Cette rosace a été construite par M. **Chevreul** pour servir aux usages de la manufacture des Gobelins. Il a construit également d'autres rosaces, donnant les tons de la précédente, mais éclaircis ou rabattus à 1/10e, 2/10e, 3/10e, etc.

Il les a classées et, dès lors, il lui a été facile, étant donné un ton quelconque, d'indiquer la rosace à laquelle il appartient et la place qu'il y occupe.

72. **Couleurs complémentaires.** — Deux tons sont dits *complémentaires* lorsque, par leur mélange, ils donnent du blanc ou du gris non coloré.

Si l'on admet, ce qui n'est pas rigoureusement exact, que

(1) En réalité, les trois couleurs simples qui, par leur réunion, donneraient le blanc, sont le rouge, le vert et le violet.

(2) Consulter pour tout ce qui est relatif aux couleurs, à leur mélange et aux effets de contraste, les ouvrages suivants : Chevreul : *Contraste simultané des couleurs* ; — Brücke et Helmoltz : *Principes scientifiques des Beaux-Arts* (Paris, Germer-Baillère) ; — Brücke, professeur à l'Université de Vienne : *Physiologie des couleurs*.

les trois tons simples, le rouge, le jaune et le bleu, sont nécessaires pour former le blanc, on aura, d'une manière approchée, tous les tons complémentaires les uns des autres, en prenant, sur la rosace des couleurs, ceux qui sont aux extrémités d'un même diamètre.

Le rouge a donc pour complémentaire le vert.

Le jaune a donc pour complémentaire le violet.

Le bleu a donc pour complémentaire l'orangé (1).

73. **Couleurs usuelles.** — Les principales couleurs fournies par le commerce sont les suivantes ; indiquons d'abord les tons simples :

Encre de Chine, — Noir d'Ivoire, — Noir de bougie. Sépia. Brun de Vandick, — Terre d'ombre.	Ombres.
Ocre jaune. Gomme-gutte. Jaune de chrome. Pierre de fiel.	Jaunes.
Terre de Sienne brûlée. Carmin ou laque carminée. Vermillon.	Rouges.
Bleu de Prusse. Outremer ou cobalt.	Bleus.

On ne trouve que très difficilement, dans le commerce, les couleurs pures; elles sont toujours plus ou moins mêlées à un pigment noir, de telle sorte que si l'on mélange deux couleurs complémentaires on n'obtiendra pas du blanc pur mais du gris.

Pour la même raison, le mélange de deux des tons simples qui précèdent ne donnera pas un ton composé très franc. C'est pourquoi on joint à ces couleurs des tons composés permettant de ne pas faire de mélanges. Les principaux sont :

Le brun de Madder, ou laque de garance (rouge un peu violacé utilisé pour les ombres dans les paysages);

Le vert Hocker (vert un peu sombre); on s'en sert beaucoup pour le paysage ;

Le vert Véronèse (vert clair, très éclatant);

L'indigo (bleu sombre);

Le jaune indien, etc.....

74. **Teintes conventionnelles** (dessin de machines). — On a adopté, dans le dessin des machines, les teintes conventionnelles suivantes pour rendre la coloration des principaux matériaux que l'on emploie. Mais il est bien évident que ces teintes ne sauraient être adoptées en architecture pour un rendu à l'effet.

Composition des teintes conventionnelles (1).

		Proportions	
Fer, *Tôle*, *Acier*	Bleu de Prusse	18	20
	Encre de Chine	2	
Fonte	Bleu de Prusse	15	20
	Encre de Chine	4	
	Carmin	1	
Laiton, bronze	Gomme-gutte	18	20
	Carmin	2	
	Jaune indien si c'est possible	»	
Cuivre rouge	Terre de Sienne brûlée	10	20
	Carmin	10	
Bois	Ocre jaune	4	20
	Sépia	4	
	Terre de Sienne brûlée	10	
	Carmin	2	
Terrains	Sépia et Sienne brûlée, avec touches plus intenses faites au pinceau.		
Maçonnerie (en coupe)	Carmin très étendu.		

75. **Lavis en camaïeu. — Rendu des couleurs à l'encre de Chine.** — On nomme *camaïeu* une peinture faite avec un seul ton (bleu, rouge, noir, etc.) Un lavis fait uniquement à l'encre de Chine est donc un camaïeu.

Il est facile de comprendre que dans un pareil lavis, exécuté à l'encre de Chine, sans couleur :

Le *jaune*, couleur claire, se rendra par une teinte d'encre de Chine très faible ;

Le *rouge*, couleur éclatante, se rendra par une teinte faible encore, mais cependant *plus soutenue* que le jaune;

Le *bleu*, couleur sombre, se rendra par une teinte d'encre de Chine *assez accentuée.*

Une photographie est un camaïeu, mais, en général, un mauvais camaïeu au point de vue du rendu des couleurs. Les jaunes sont presque toujours très sombres en photographie, tandis que les bleus sont clairs, ce qui est le contraire du véritable effet. Cela tient à ce que le jaune est une couleur moins photogénique que le bleu.

(1) Une expérience très simple permet de trouver facilement la couleur complémentaire d'une couleur donnée. On trace sur une feuille de papier un cercle, ou une figure quelconque, que l'on colore du ton dont on cherche le complémentaire. On fixe avec les yeux, pendant une minute environ, un point A marqué au centre de la figure : puis, en portant rapidement les regards sur une feuille blanche, peu éclairée, on voit apparaître la figure précédente mais colorée de la couleur complémentaire. — On peut faire faire cette expérience à tous les spectateurs d'un amphithéâtre, et simultanément.

(1) Les proportions indiquées ci-dessous ne sauraient avoir aucun caractère de précision, car il est évident que l'on ne mesure pas une couleur comme on mesure un liquide. Nous ne les avons données que pour indiquer au lecteur s'il faut en mettre peu ou beaucoup dans la composition des teintes.

76. Causes de la couleur des objets.

(*a*) *Saturation, sursaturation, sous-saturation.* — Un objet éclairé par la lumière blanche, nous paraît coloré parce que cette lumière est décomposée à sa surface. Une portion des couleurs qui constituent le blanc est, pour ainsi dire, absorbée, tandis que l'autre est renvoyée. Si le *rouge* est absorbé, le *vert* est renvoyé. La couleur renvoyée est donc complémentaire de celle qui est absorbée.

L'expérience faite sur une feuille d'or prouve la justesse de cette explication. Vue par réflexion, la feuille d'or paraît jaune-rougeâtre, et vue par transparence elle semble verte. Le vert et le rouge sont complémentaires.

On conçoit qu'il existera un instant où la limite d'absorption sera atteinte. A ce moment, si l'on éclaire davantage la surface, toute la lumière blanche reçue ne sera pas décomposée : une portion de lumière blanche nous sera renvoyée, et l'objet nous paraîtra teinté de sa couleur propre mais mêlée de blanc, c'est-à-dire *éclaircie*.

Au contraire, si la lumière blanche éclairante diminue d'intensité, l'objet paraîtra plus sombre et teinté de sa couleur propre, mais *rabattue*.

Il y aura *saturation* dans le premier cas, *sursaturation* dans le second, et *sous-saturation* dans le troisième.

(*b*) *Convention. — Orientation saturée, sursaturée et sous-saturée.* — En dessin géométrique il nous faut un point de depart défini, quoique conventionnel.

Nous conviendrons qu'un plan est à sa limite de saturation, c'est-à-dire à son *maximum de coloration*, ni teinté de noir, ni teinté de blanc, lorsqu'il est parallèle au plan de la projection que l'on regarde. Nous nommerons *orientation saturée* celle qui correspond à cette position.

Si, partant de cette position, le plan se présente plus normalement à la lumière, et par conséquent s'éclaire plus, il se *sursature* et s'éclaircit ; s'il fait le contraire, il se *sous-sature* et se rabat.

D'après ces conventions il est facile de voir que, sur une sphère en élévation, la *zone saturée*, c'est-à-dire celle qui devra nous apparaître avec toute la couleur propre de l'objet, ni rabattue, ni éclaircie, sera celle qui se trouve bien au milieu, là où le plan tangent est de front.

Nous devrons donc faire en sorte qu'en ce point nous trouvions sur notre rendu ce que nous nommerons plus loin la *teinte locale de couleur*. Partant de ce point, si l'on se dirige du côté de l'ombre propre, cette teinte de couleur devra se rabattre, c'est-à-dire s'assombrir; si l'on va, au contraire, du côté du point clair ou brillant, elle devra s'éclaircir.

Nous donnerons plus loin des explications détaillées sur ce sujet.

§ IV. — Principe des distances et ses conséquences — perspective aérienne

77. Effets de l'éloignement. — Lorsqu'un objet s'éloigne de nous, deux effets se produisent :

(*a*) *Effet de distance.* — La lumière qu'il nous envoie et, par suite, l'éclat total apparent qu'il possède pour nous décroît en raison directe du carré de la distance. Mais il est facile de voir que cet effet est absolument nul pour notre œil et que, s'il existait seul, les objets paraîtraient aussi éclatants de loin que de près.

En effet, plus un objet est loin, moins il nous envoie de lumière, c'est vrai ; mais aussi, plus il paraît petit dans notre œil; de telle sorte que notre œil recevant deux, trois, quatre fois moins de lumière, mais la condensant sur un espace deux, trois, quatre fois plus petit, l'éclairement, par unité de surface, de cet espace de la rétine. reste constamment le même et l'objet doit paraître aussi éclatant de loin que de près. Dans les pays où l'atmosphère est très pure, en Egypte et en Grèce notamment, les distances modifient la grandeur apparente des objets, mais n'atténuent presque pas l'intensité de leur coloration.

(*b*) *Effet de perspective aérienne.* — Lorsqu'un objet s'éloigne, il s'interpose entre lui et nous une sorte de brouillard formé par l'air ou par les poussières ; ce brouillard est d'autant plus intense que l'air est moins pur. Il agit :

1° Par réflexion, en recevant de la lumière et en nous la renvoyant, ce qui diminue d'autant l'éclat relatif des objets situés derrière ;

2° Par transparence, en colorant de sa couleur, qui est bleuâtre, les objets devant lesquels il s'interpose.

78. Des différents plans en peinture. — Perspective aérienne. — En peinture, on classe les objets suivant leur distance à l'œil, par les places qu'ils occupent.

(*a*) *1er plan.* — Les objets placés très près sont dits *au premier plan ;* on admet que sur eux l'effet de l'air est nul ; donc les objets en premier plan possèderont leur couleur absolue.

(*b*) *2e plan.*— Placés un peu plus loin, les objets sont dits *au deuxième plan ;* les objets jaunes paraîtront, dans ce cas, moins jaunes et un peu bleuis, ou mieux, un peu neutralisés comme couleur. Les objets rouges paraîtront moins rouges et un peu bleuis, c'est-à-dire un peu violets. Les objets bleus paraîtront moins bleus s'ils sont bleu foncé et, au contraire, un peu plus bleus s'il sont bleu très clair.

(*c*) *3e plan.* — Placés encore plus loin, les objets sont dits *au troisième plan.* Tous les effets indiqués ci-dessus devront être accentués.

(*d*) *Lointains.* — Enfin tout à fait au loin, les objets sont

dits *dans le lointain* ; la couleur bleue augmente, et l'on peut dire que toutes les couleurs viennent se fondre dans une seule, qui est le bleu des lointains.

Le jaune y devient bleu-jaune, c'est-à-dire un peu verdâtre.

Le rouge y devient rouge-bleu, c'est-à-dire un peu violacé.

Le bleu y devient moins foncé s'il était d'abord foncé, et plus foncé au contraire s'il était très clair. En tout cas, jamais ce bleu de lointain ne peut devenir intense ; il ne doit évidemment pas dépasser de beaucoup le bleu du ciel, qui est le bleu de l'air à son maximum d'intensité.

79. **Manière de rendre en camaïeu, à l'encre de Chine, les effets de la distance.** — Les effets de la distance se rendront, à l'encre de Chine, de manières différentes suivant l'intensité des tons.

En effet : un objet, en s'éloignant, doit 1° perdre de sa coloration propre ; 2° prendre le ton de l'air. Par conséquent, suivant que l'un ou l'autre de ces deux effets l'emportera, on devra diminuer ou augmenter la teinte d'encre de Chine qu'on lui aurait attribuée en premier plan. Donnons des exemples :

(*a*) *Un objet jaune en lumière*, se rendra en premier plan par une teinte d'encre de Chine très légère et pour ainsi dire nulle ; en s'éloignant, c'est l'effet d'assombrissement de l'air qui l'emportera ; on rendra donc l'éloignement, pour les objets jaunes, en ajoutant de légères teintes d'encre de Chine qui, cependant, ne devront jamais, même pour les lointains, dépasser la teinte que l'on jugerait devoir représenter le bleu du ciel ou, mieux encore, le ton des montagnes au lointain.

(*b*) *Un objet jaune dans l'ombre*, et plus généralement tout objet dans l'ombre, se rendra, en premier plan, par une teinte d'encre de Chine en général assez intense ; lorsque l'objet s'éloignera ce sera l'effet d'éclaircissement qui l'emportera et l'on devra diminuer les teintes.

(*c*) Pour un *objet rouge en lumière* (le rouge étant un ton demi-sombre), la teinte d'encre de Chine, qui le rendra en premier plan, ne sera ni claire ni foncée et à peu près la même que celle qui conviendrait comme bleu de lointain. Il pourra donc se faire que l'éloignement conduise à ne modifier que très peu la teinte rendant le rouge. Cependant comme il ne faut jamais, en dessin, rester dans l'indécision, on devra franchement adopter un rouge clair ou un rouge foncé ; s'il est clair, on en rendra les effets comme on a fait pour du jaune ; s'il est foncé, on agira comme il va être dit pour le bleu.

(*d*) *Un objet bleu dans la lumière* (le bleu étant une couleur sombre) se rendra, en premier plan, par une teinte d'encre de Chine un peu accentuée. En s'éloignant, cette teinte devra diminuer, tandis que l'air agira pour la foncer ; le premier effet l'emportera. Par conséquent, pour les bleus, surtout les bleus sombres dans la lumière (ceci ne s'appliquerait pas aux bleus clairs), la distance se rendra en diminuant le ton de premier plan.

(*e*) *Règle générale*.— Veut-on savoir, en faisant un camaïeu, si tel ton d'ombre ou de lumière doit être rabattu ou éclairci en s'éloignant, on commencera par établir le ton qui conviendrait aux lointains, et qui sera très voisin de celui qui figurait le ciel, près de l'horizon. Les tons plus clairs que celui-là s'assombriront en s'éloignant, mais sans jamais dépasser comme intensité celui des lointains ; les tons plus foncés que celui des lointains devront s'éclaircir en s'éloignant, mais sans jamais devenir plus clairs que le ton de ceux-ci. En résumé :

Tous les tons, en s'éloignant, tendront à se rapprocher d'un ton unique, qui est celui des lointains. Cette règle résume tous les effets de perspective aérienne.

§ V. — Effets physiologiques de contraste et d'irradiation

80. **Effets physiologiques**. — Les effets que nous allons décrire sont physiologiques et se produisent sur les nerfs de la rétine. Leur influence est considérable sur l'aspect apparent des objets ; le dessinateur doit les connaître, afin de les produire dans ses rendus en les exagérant. Il augmentera ainsi l'illusion produite par eux sur le spectateur. Voici les principaux effets de contraste et d'irradiation. Commençons par les effets de contraste.

(*a*) *Effets de contraste*. — 1° Si deux surfaces placées à côté l'une de l'autre sont, l'une noire et l'autre blanche, leur différence d'éclat s'exagère par le seul fait de leur juxtaposition.

2° Une même surface légèrement grise paraîtra presque noire si on la fait se détacher sur un fond très blanc ou très lumineux, et presque blanche, au contraire, si on la met sur un fond noir.

3° Un cercle très blanc placé sur un fond moins blanc semblera entouré d'une auréole dégradée grise. Au contraire, un cercle très noir placé sur un fond presque blanc semblera entouré d'une auréole plus blanche que le fond et se dégradant vers le blanc du fond en s'éloignant du cercle.

4° Une surface d'une certaine couleur, verte par exemple, se détachant sur un fond vert un peu différent d'elle, paraît moins verte que si on la place sur un fond d'une couleur complémentaire, rouge par conséquent.

5° Une figure d'une certaine couleur placée sur un fond blanc paraît entourée d'une auréole dégradée, teintée de la couleur complémentaire. En résumé :

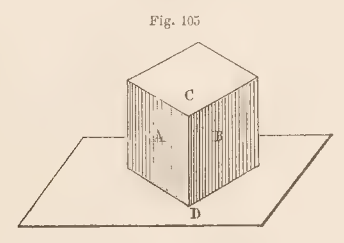
(*b*) *Loi du contraste.* — Deux tons de couleurs analogues s'atténuent réciproquement, et deux tons de couleurs opposées, c'est-à-dire complémentaires, s'exaltent l'un par l'autre.

(*c*) *Effets d'irradiation.* — Deux surfaces égales, l'une noire et l'autre blanche, placées à côté l'une de l'autre, ne paraissent pas égales, et la surface blanche paraît plus grande. C'est par un effet analogue que le croissant de la lune, alors que la lumière cendrée est visible, semble déborder sur la partie obscure du disque. Un fil fin, obscur, visible sur un fond gris disparaît si le fond devient plus éclairé. Les plombs des vitraux, dans les églises, paraissent beaucoup plus minces qu'ils ne le sont en réalité. Dans certains cas, c'est à peine si on les voit. En résumé :

(*d*) *Loi de l'irradiation.* — Il y a empiétement du clair sur l'obscur. On dit que *le blanc mange le noir.*

(*e*) *Conséquences.* — 1° Si deux plans A et B (fig. 105) se

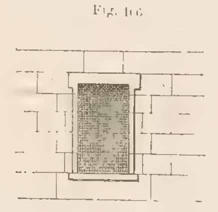
Fig. 105



coupent suivant une arête vive CD ; si l'un d'eux A est éclairé, et si l'autre B est dans l'ombre, la face dans l'ombre paraît plus noire aux environs de l'arête CD et la face éclairée plus blanche.

Le dessinateur devra donc, dans son rendu, accuser cet effet en l'exagérant.

Fig. 106



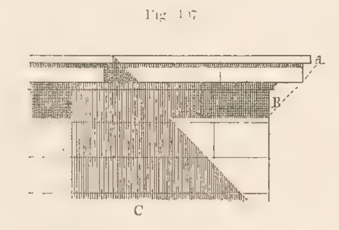
2° En architecture (fig. 106), les fenêtres se détachent sur des murs qui, même dans l'ombre, sont beaucoup plus éclairés que l'intérieur des pièces auxquelles appartiennent ces fenêtres. Elles paraissent très noires ; c'est un effet de contraste. Elles sont, en outre, plus foncées en haut qu'en bas. Ce dernier effet tient à ce que, dans les appartements, les parties basses des murs intérieurs sont plus éclairées que les parties hautes ; il se justifie également par ce qui est dit aux numéros suivants (3° et 4°).

3° Dans un édifice, les toits paraissent presque toujours très sombres, à moins qu'ils ne fassent miroirs et ne réfléchissent la lumière. Cela tient à ce qu'ils se détachent sur le ciel qui est presque toujours très brillant. Les ombres dans les toits paraissent toujours très noires.

4° Le ciel étant *bleu*, les objets qui se détachent sur lui doivent paraître plus *orangés* qu'ils ne le sont en réalité, puisque l'orangé est la couleur complémentaire du bleu. Ce fait est surtout sensible pour les édifices en pierres jaunes. Aussi les architectes ont-ils l'habitude, dans leurs lavis, lorsqu'ils veulent rendre l'effet d'un édifice en pierre rouge ou jaune, de passer la teinte plus intense à la partie supérieure.

Plus généralement, à cause du contraste puissant dû au ciel très clair, tous les tons (tons d'ombre ou tons de couleur) doivent être plus intenses à la partie supérieure des édifices qu'à la partie inférieure. Nous verrons, en parlant du rendu d'architecture, que les reflets terrestres contribuent à accentuer encore l'exagération des ombres et même des couleurs à la partie supérieure des édifices.

Fig. 107



5° Dans un dessin d'architecture (fig. 107), les ombres fines telles que *a*, qui se détachent sur une surface très éclairée, comme l'est un larmier, paraîtront, à égalité d'éloignement, plus noires que d'autres ombres plus larges, telles que C. La partie B de l'ombre, qui est peu étendue et qui est voisine d'une partie très éclairée, paraîtra plus sombre que la grande nappe d'ombre C, quoique située dans un même plan. En fondant la teinte de B en C on produira un effet satisfaisant et l'on donnera au dessin l'aspect que produirait un éclairage puissant.

CHAPITRE II

LES TROIS SPHÈRES TYPES (DÉPOLIE, POLIE ET MI-POLIE). — ÉCHELLES DE TEINTE

§ 1. — Sphère type dépolie

81. **Lignes d'égales teintes sur une sphère dépolie (épure)** (fig. 108 et 109). — Afin de simplifier l'épure, le rayon lumineux a été, par une rotation préalable, rendu parallèle au plan vertical ; nous désignerons par φ l'angle qu'il fait avec la ligne de terre. (Revoir Ombres usuelles, nos 8 et 24),

On sait que l'on a : $\text{tang. } \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Le point N′ d'incidence normale est le point le plus clair. Nous avons vu, n° 66, que sur une surface dépolie les lignes d'égales teintes sont les lignes d'égale incidence. Les lignes d'égale incidence et, par suite, d'égales teintes, s'obtiendront donc en coupant la sphère par des plans perpendiculaires au rayon lumineux. Le nombre de ces plans est d'ailleurs arbitraire ainsi que leurs distances relatives.

Pour fixer les idées, nous avons pris 7 plans équidistants, ce qui correspond à des angles d'incidence dont les cosinus décroissent en progression arithmétique. Mais il faut remarquer que ce nombre et cette équidistance sont tout à fait conventionnels, et que l'on pourrait adopter tout autre nombre et toute autre loi pour la variation des distances. Les plants sécants devront cependant, quelles que soient les autres conventions, être perpendiculaires au rayon lumineux.

Ainsi donc, ce qui caractérise essentiellement la sphère dépolie, c'est que les lignes d'égales teintes y sont déterminées par des plans parallèles entre eux et perpendiculaires au rayon lumineux. Quant à la loi d'écartement de ces plans, elle est arbitraire ; mais de cette loi dépend aussi la loi de dégradation des teintes qui serviront à exécuter le lavis.

Nous croyons inutile d'indiquer comment chacune des ellipses de la projection horizontale (fig. 109) a été déduite de l'épure en projection verticale. Remarquons seulement que toutes ces ellipses sont semblables entre elles ; le petit axe est au grand axe dans le rapport constant de 1 à $\sqrt{3}$. (Voir n° 24, Ombres de la sphère.)

Nous reconnaissons là les courbes que nous avons nommées plus haut des ellipses isométriques.

Les lignes ainsi obtenues ont été désignées par des nombres positifs dans la partie en lumière, 1, 2, 3.... et par des

Fig. 108

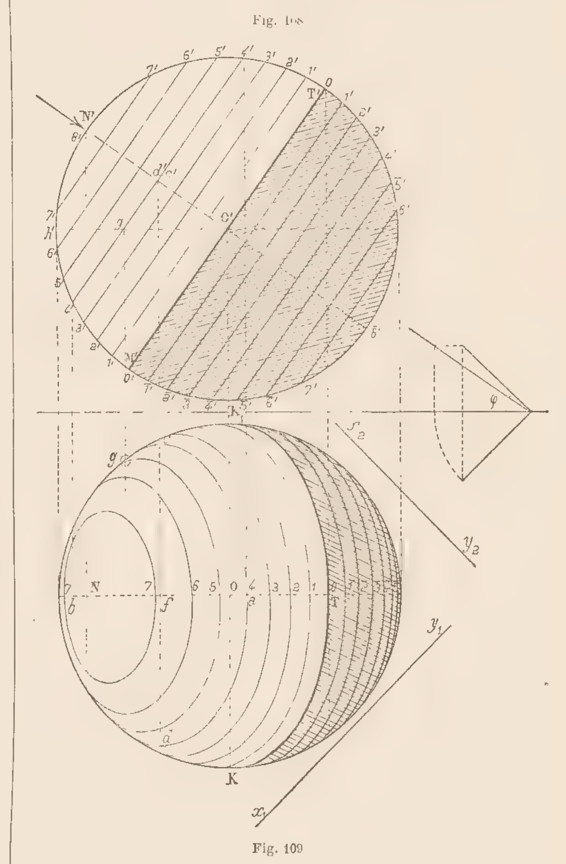


Fig. 109

nombres négatifs $\bar{1}$, $\bar{2}$, $\bar{3}$.... (1) dans celle qui est dans l'ombre.

(1) Qu'il faut lire moins un, moins deux.... etc.

La ligne d'ombre propre est la ligne de teinte n° 0.

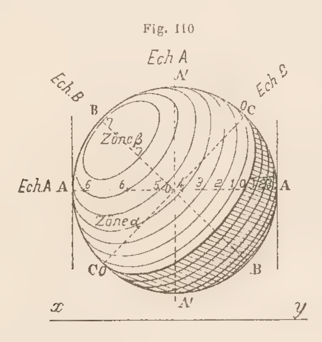
En prenant pour nouvelle ligne de terre (fig. 109) la droite à 45°, x_1y_1, la sphère se présente comme si elle était en projection verticale, avec le rayon lumineux ramené à 45°.

En prenant l'autre droite à 45°, x_2y_2, pour ligne de terre, on voit la sphère comme si elle était en projection horizontale.

On remarquera que dans une sphère dépolie la zone 7 7, la plus claire, est trè voisine du contour apparent. Elle est la seule qui ne se perde pas tangentiellement dans ce contour apparent.

82. Les trois zones caractéristiques de toute surface (zone zéro, — zone α — zone β). — Replaçons, par une rotation inverse, la sphère précédente dans sa position première, nous obtenons la figure 110 (qui est ici une réduction

Fig. 110



de la figure 109). La subdivision en huit zones était tout à fait conventionnelle, et nous avons dit que l'on pourrait faire toute autre convention. Néanmoins, quel que soit le tracé adopté, nous aurons toujours trois zones caractéristiques qui devront occuper des positions semblables, parce qu'elles répondent à des conditions optiques toujours les mêmes : Ce sont celles que nous appellerons les zones **zéro — Alpha** (α) et **Bêta** (β).

(*a*) *Zone zéro, ou zone séparatrice.* — C'est la zone qui vient immédiatement après la séparatrice d'ombre et de lumière. Cette séparatrice n'est pas une ligne de convention, elle est déterminée géométriquement (voir 1re partie) par les rayons lumineux tangents à la surface.

(*b*) *Zone alpha* (α) *ou zone de teinte locale dite encore : zone d'éclairage à saturation.* — Nous avons dit plus haut, mais nous y revenons à cause de l'importance de la question, que lorsqu'un objet coloré est éclairé par de la lumière blanche, sa coloration ne nous apparaît que parce que la lumière blanche est décomposée à sa surface. Une portion est pour ainsi dire absorbée, tandis que l'autre nous est renvoyée. Si le rouge est absorbé, le vert est renvoyé. La couleur renvoyée est complémentaire de celle qui est absorbée. (Voir plus haut : Principe des couleurs.) La couleur renvoyée est précisément celle que nous attribuons à l'objet.

Mais cette capacité d'absorption n'est pas indéfinie et, si l'éclairage est très considérable, une portion de lumière blanche, non décomposée, nous sera renvoyée et l'objet nous paraîtra teinté de sa couleur propre, mais mêlée de blanc, c'est-à-dire *éclaircie*.

Au contraire, si la lumière blanche éclairante diminue d'intensité, l'objet paraîtra plus sombre et teinté de sa couleur propre, mais mêlée de noir, c'est-à-dire *rabattue*.

Dans le premier cas il y a *saturation*, dans le second *sursaturation* et dans le troisième *sous-saturation*.

La zone α, sera pour nous la zone saturée ; ce sera celle pour laquelle l'objet apparaît avec sa véritable couleur, avec ce que les peintres appellent *sa teinte locale ;* il est facile, en prenant un plan coloré, la couverture d'un livre par exemple, de reconnaître sa teinte locale. On le placera devant soi et, l'orientant de différentes manières par rapport à la lumière, mais toujours en le regardant de face, on arrivera rapidement, par tâtonnements, à trouver la position pour laquelle en le tournant un peu plus du côté du jour il s'éclaircirait et en le tournant du côté opposé il s'assombrirait.

A ce moment, il est *orienté à saturation*, et il nous apparaît avec sa couleur vraie ; nous avons sous nos yeux la teinte locale, qu'avec un peu d'habitude nous pourrions reproduire, soit à la peinture à l'huile, soit à l'aquarelle.

A ce moment nous supposons que le plan que nous regardons est de face, c'est-à-dire dans la position du plan vertical lorsque nous regardons une élévation. Nous ferons donc la convention suivante :

(*c*) *Convention. — Nous conviendrons qu'un plan est éclairé à saturation lorqu'il est parallèle au plan de la projection que l'on regarde.*

Maintenant revenons à la sphère type, donnée figure 110 en élévation, et menons-lui un plan tangent parallèle au plan vertical de projection. Le point de contact se fera au centre même de la projection, et par suite nous pouvons affirmer que ce point appartient à la zone α.

Or, ce point de contact est compris, sur la sphère type dépolie, entre les deux ellipses 4 et 5, par conséquent toute la zone $\widetilde{4\ 5}$ sera, elle aussi, éclairée à saturation : Ce sera la zone α. Si la sphère est rouge de sa nature, nous devons trouver la même teinte locale rouge sur toute cette zone α ; si elle est d'un bleu déterminé c'est sur cette zone α que nous devrons trouver ce bleu.... etc....

(*d*) *Zone bêta* (β) *ou zone claire.* — Le point d'incidence normale NN' (fig. 108 et 109) est celui qui reçoit le plus de lumière ; en ce point, la sursaturation est à son maximum et il doit nous apparaître, sinon tout à fait blanc, du moins

de la couleur locale très éclaircie. La zone $\overline{7\,7}$ qui l'entoure sera donc la *zone claire* ou zone β.

83. Zones intermédiaires, dites zones de demi-teintes. — Si la surface est continue, les trois zones précédentes doivent se raccorder entre elles par des zones intermédiaires, c'est-à-dire par des *demi-teintes*. Mais il faut bien remarquer qu'entre la zone α et la zone β, les demi-teintes (5, 6 et 7) ne doivent être obtenues qu'en éclaircissant la teinte locale, *sans ajouter d'ombre*, tandis qu'entre la zone α et la teinte zéro il faut assombrir la teinte locale, c'est-à-dire ajouter progressivement de l'ombre.

Ces demi-teintes de transition portent le nom de *teintes de modelé*.

Entre α et β on modèle avec de la *couleur éclaircie*, tandis qu'entre α et zéro, on modèle avec de la *couleur rabattue*, autrement dit avec de l'ombre.

84. Lavis de la sphère type, à teintes fondues. (Suivre sur la figure 110.) — Afin de fixer les idées sur le rôle des zones caractéristiques et des zones de demi-teintes nous allons indiquer comment on devrait, à teintes fondues, conduire le lavis d'une sphère avec la couleur et avec l'ombre.

(*a*) *Première manière, en procédant du* **fort au faible**. — 1° On reconnaîtra bien la teinte locale, autrement dit la couleur de l'objet à rendre et on composera dans un godet le *ton local*, avec les couleurs de la boîte, en lui donnant toute l'intensité qu'il doit avoir.

2° On déterminera la teinte d'ombre qui servira à modeler dans les ombres (nous donnons plus loin, pratique du lavis, des notions sur ce point) et on la composera dans un autre godet. Cela fait :

3° On passera, à plat, la teinte locale sur toute la portion de la surface comprise du côté de l'ombre en deçà et à droite de la zone α; cette teinte sera passée à pinceau plein, mais plate, c'est-à-dire sans fondre, jusqu'à la zone α. Une fois la zone α atteinte, on fondra du côté de la lumière, en ajoutant de l'eau et en suivant à peu près, pour la dégradation, les ellipses 5, 6 et 7; arrivé à la zone 7 7 le pinceau ne devra plus contenir qu'une teinte de couleur très faible, presque de l'eau pure. A ce moment le *modelé dans la lumière* sera terminé.

4° On passera, *à plat*, *sans fondre*, la teinte d'ombre, pas très intense, sur toute la zone d'ombre propre (zones négatives $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$....).

5° Prenant de nouveau la teinte d'ombre, mais diminuée d'intensité, on en placera, à pinceau plein, une faible bande, à cheval sur la ligne zéro et on la fondra d'une part du côté de l'ombre en se guidant, pour la dégradation, sur les lignes négatives $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$..... et d'autre part du côté de la lumière en se guidant sur les lignes positives 1, 2, 3 et 4.

Mais dans cette dernière partie de l'opération il faut avoir bien soin de dégrader assez vite pour n'avoir plus que de l'eau pure dans le pinceau lorsque l'on atteindra la zone α. Autrement cette zone saturée α, qui est déjà recouverte par la teinte locale pure, serait en plus recouverte d'ombre et ne présenterait plus l'aspect d'éclairage à saturation qu'elle doit avoir.

(*b*) *Deuxième manière, en procédant du* **faible au fort**. — On pourrait opérer autrement, d'une manière plus certaine peut-être, comme il suit :

1° Avec de l'eau presque pure, très légèrement colorée de la teinte locale, on recouvre la zone claire β, à pinceau plein, et, se dirigeant vers la zone α, on fond, en *ajoutant chaque fois de la couleur*, de manière à recouvrir successivement les zones 7,6 — 6,5 — 5,4. On arrive ainsi à la zone α, avec une teinte franchement colorée, que l'on pousse ensuite sur tout le reste de la surface, mais *sans fondre*.

2° Avec la teinte d'ombre, on recouvre, *sans fondre*, toute l'ombre propre.

3° Avec de l'eau pure, on s'amorce sur la zone α; puis on ajoute peu à peu de la teinte d'ombre et, se dirigeant vers la ligne zéro, on recouvre successivement les zones 4, 3, 2 et 1.

On arrive ainsi sur la ligne zéro avec une teinte d'ombre assez soutenue que l'on fond ensuite, mais en la diminuant dans les zones négatives, en se guidant sur les lignes $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$.....

85. Résumé. — Quelle que soit la surface dont on veut rendre l'effet, qu'elle soit dépolie, polie ou mi-polie, une fois que l'on a déterminé : 1° La ligne zéro (séparatrice); 2° la zone saturée α ou du moins sa ligne moyenne (teinte locale de couleur); 3° la zone claire ou brillante β, ou du moins sa ligne ou son point moyen (ligne ou point brillant), un lavis à teinte fondue s'exécute en trois opérations qui constituent :

(*a*) *Le rendu de la couleur et de ses demi-teintes.* — Teinte fondue partant du presque blanc, au point β et allant en se colorant de plus en plus jusqu'à la zone α, où elle atteint son maximum, qui doit donner la vraie teinte locale, pour se terminer ensuite en teinte plate sur tout le reste.

(*b*) *Le rendu de l'ombre propre.* — Teinte plate d'ombre passée sur tout ce qui ne reçoit pas de lumière directe (pas très forte).

(*c*) *Le rendu des demi-teintes d'ombre.* — Teinte fondue, partant du blanc en prenant pour départ la zone α; allant en se chargeant d'ombre, de plus en plus, jusqu'à la ligne zéro où elle atteint son maximum et se prolongeant ensuite dans l'ombre propre, mais en se dégradant rapidement.

(*d*) *Le rendu des ombres portées.* — Il est entendu que tout ce qui est dans l'ombre portée aura dû, dans la série d'opérations qui précèdent, recevoir, non seulement la teinte

d'ombre propre, mais aussi la teinte locale de couleur, pure, sans dégradation aucune. Il serait absurde d'éclaircir la couleur dans une ombre portée, puisque l'éclaircissement d'un ton de couleur n'est dû qu'à un excès de lumière produisant une sursaturation.

Appliquant maintenant la loi des ombres portées (n° 69), on prendra une teinte d'ombre que nous nommerons la *teinte d'ombre portée*. Elle sera assez légère pour commencer. Elle se bordera sur la séparatrice et on la passera seulement dans l'ombre portée, en la fonçant de plus en plus au fur et à mesure que l'on atteindra les zones qui eussent été les plus claires sans l'existence de cette ombre portée. De telle sorte que, si la zone β est en partie dans la lumière et en partie dans l'ombre portée, sa partie en lumière sera la plus claire de tout le dessin, tandis que sa partie dans l'ombre sera la plus noire. (Comme application, voir plus loin le rendu des moulures.)

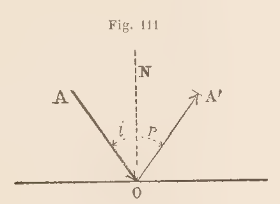
(*e*) *En résumé.* — Dans l'ombre portée une zone est d'autant plus noire qu'elle eût été plus claire sans l'existence de cette ombre portée.

(*f*) *Nota.* — Nous désignerons par les lettres α' et β' les zones α et β lorsqu'elles seront dans l'ombre portée. De même les zones $\widetilde{3-4}$ ou $\widetilde{4-5}$ ou $\widetilde{5-6}$ dans la lumière seront désignées par $\widetilde{3'-4'}$ ou $\widetilde{4'-5'}$ ou $\widetilde{5'-6'}$ si elles sont dans l'ombre portée.

§ II. — Sphère type, polie

86. Lois de la réflexion.— Intensité du rayon réfléchi.— Les corps polis sont ceux dont la surface renvoie *spéculairement* la lumière, c'est-à-dire dans une direction déterminée. On sait : 1° que le rayon incident est avec le rayon réfléchi dans un même plan contenant la normale à la surface réfléchissante, et 2° que l'angle d'incidence AON est égal à l'angle de réflexion NOA′ (fig. 111).

Fig. 111



L'intensité du rayon réfléchi varie : 1° avec la nature de la surface réfléchissante ; 2° avec l'angle de réflexion.

Cette dernière variation est assez considérable pour certaines substances. Pour d'autres (les surfaces métalliques sont de ce cas), l'intensité du rayon réfléchi varie très peu avec l'incidence. Cette intensité est toujours plus grande sous l'incidence rasante que sous l'incidence normale.

Nous admettrons que les corps polis, que nous allons étudier, sont des métaux et que l'intensité du rayon réfléchi est indépendante de l'incidence. Cette intensité variera donc seulement avec celle de la source lumineuse. Remarquons, néanmoins, que cette hypothèse n'est pas rigoureuse.

87. Aspects divers d'un plan poli.

(*a*) *Les rayons lumineux sont parallèles entre eux et ne viennent que dans une seule direction. Le spectateur est à l'infini.* — Les rayons se réfléchissant suivant la loi connue : si les rayons visuels sont parallèles aux rayons réfléchis, alors ils aboutissent tous à l'œil du spectateur placé à l'infini, et tous les points du plan paraissent lumineux ; s'il n'en est pas ainsi, le spectateur ne reçoit aucun rayon réfléchi ; tous les points du plan lui paraîtront obscurs, et le plan ne semblera pas exister. Autrement dit, il faut que, s'il s'agit d'une élévation, les rayons soient réfléchis suivant des perpendiculaires au plan vertical, autrement le plan paraîtra obscur. Si la condition est remplie, au contraire, il paraîtra brillant dans son entier.

(*b*) *Le plan est éclairé par des rayons parallèles venant dans toutes les directions. Le spectateur est à l'infini.* — C'est le cas de la lumière solaire jointe aux lumières indirectes émanant de l'atmosphère. L'œil ne recevra des rayons directs, ou indirects, que ceux qui, après la réflexion, auront pris la direction du rayon visuel. Si ce sont les rayons de reflet les plus intenses qui sont renvoyés à l'œil, le plan paraîtra très lumineux et d'un éclat uniforme et inversement ; mais, en tout cas, quelle que soit la position du spectateur, le plan ne paraîtra jamais obscur, parce qu'il y aura toujours des rayons, intenses ou non intenses, venant d'un point quelconque du ciel, qui seront réfléchis de manière à être renvoyés dans la direction de son œil.

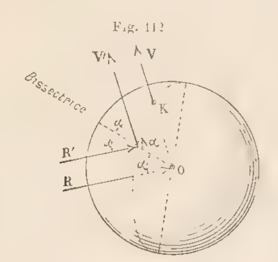
87 bis. Aspects divers d'une sphère polie.

(*a*) *La sphère est éclairée par des rayons lumineux venant dans une direction unique. Le spectateur est à l'infini.* — La sphère présentera un point brillant unique obtenu comme il suit : on mène (fig. 112) le rayon lumineux central RO, le rayon visuel central OV, et l'on construit la bissectrice ON de leur angle. Soit N le point où cette bissectrice vient percer la sphère. Il est évident sur la figure qu'un rayon incident, tel que R′N, sera réfléchi suivant NV′ parallèle à CV, c'est-à-dire dans la direction de l'œil. Le point N sera le *point brillant* de la sphère polie. Ce point seul sera bril-

lant. Tous les autres seront obscurs et l'existence de la sphère ne se révélera que par ce point brillant.

Ce tracé qui donne le point brillant est connu sous le nom de *Tracé par la bissectrice*.

Fig. 112



(*b*) *La sphère polie est éclairée par des rayons parallèles venant dans toutes les directions. Le spectateur est à l'infini.* — C'est le cas d'une sphère éclairée par la lumière solaire directe et par toutes les lumières indirectes venant de divers points du ciel.

Chaque direction de rayons donnera son point brillant obtenu, comme ci-dessus, par la méthode de la bissectrice. Comme ces directions sont en nombre infini, il y aura une infinité de ces points brillants répartis sur toute la surface de la sphère; seulement ils n'auront pas le même éclat. Pour avoir des lignes d'égales teintes, si nous admettons, ce qui n'est pas tout à fait exact, que la variation de l'angle d'incidence ne modifie pas l'éclat des rayons réfléchis, il faudra :

1° Classer les rayons indirects, d'après leur différence d'éclat. (Ce classement, d'ailleurs un peu hypothétique, a été indiqué au n° 67.)

2° Grouper les rayons d'égale intensité. Ils formeront, ainsi que nous l'avons dit au n° 67, une série de cônes de révolution ayant tous pour axe le rayon solaire direct ;

3° Chercher sur la sphère le lieu des points brillants des rayons d'égale intensité. Pour une série de rayons d'égale intensité, les points brillants auront le même éclat et leur ensemble formera un lieu géométrique qui sera une ligne d'égale teinte.

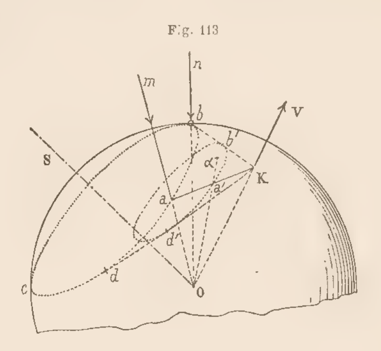
Nous allons chercher les lieux de points brillants d'égale intensité ainsi définis et cela nous donnera les lignes d'égales teintes sur la sphère polie.

88. Lignes d'égales teintes sur une sphère parfaitement polie.

(*a*) *Recherche théorique des lignes d'égales teintes.* — Soit SO, figure **113**, le rayon direct, et considérons en *ma*, *nb*, etc., une série de rayons indirects d'égale intensité et disposés, ainsi que nous venons de le dire, suivant les génératrices d'un cône de révolution, dont l'axe SO serait le rayon central direct.

Les points d'incidence, *a*, *b*, se trouvent sur un cercle *bac* de la sphère, puisque les rayons d'égale intensité forment un cône de révolution. Le plan *bacd* de ce petit cercle est perpendiculaire au rayon central SO.

Fig. 113



Soit OV le rayon visuel et soit K son point de sortie de la sphère.

Cherchons, par exemple, le point brillant de la direction *ma*. A cet effet, menons la bissectrice O*a'* de l'angle *a*OV. Le triangle *a*OK est isocèle, puisque O*a* et OK sont deux lignes égales comme rayons d'une même sphère. Le point *a'*, pied de la bissectrice, est donc le milieu de la droite K*a* qui est la base de ce triangle isocèle.

Si l'on prolonge O*a'* jusqu'en α, point de rencontre avec la sphère, α sera le point brillant de la direction *ma*O.

Or, je dis que le lieu des points *a'*, *b'*, ... est un cercle ; en effet, les droites telles que K*a*, K*b*, K*d*, ... forment un cône oblique dont la base est le cercle *badc* et dont le sommet est le point K. On a en *a'*, *b'*, *d'*, ... les milieux des génératrices ; donc les points *a'*, *b'*, *c'* sont sur un cercle parallèle au cercle de base et de rayon moitié de celui de ce cercle de base.

Pour avoir les points brillants, tels que α, on joint O*a'* et on prolonge jusqu'à la sphère en α. Mais les droites telles que O*a'*, O*b'*, ... formeront un nouveau cône, oblique, dont le cercle *a'b'c'*... sera la base et O le sommet; donc le lieu des points brillants α sera l'intersection de la sphère et du cône oblique ayant le cercle *a'b'c'* pour directrice et le centre O pour sommet.

(*b*) *Epure* (fig. **114**). — Par une rotation identique à celle que nous avons faite pour la sphère dépolie, n° **81**, le rayon lumineux est supposé rendu parallèle au plan vertical et projeté à l'angle φ sur le plan vertical.

Soit OS, O'S' le rayon direct. Prenons une série de rayons indirects d'égale intensité. Ils formeront un cône ayant OS pour axe. La ligne des points d'incidence sera le cercle *ut*, projeté verticalement en ligne droite et perpendiculairement au rayon direct. Ce cercle peut être considéré comme l'in-

tersection de la sphère et du plan perpendiculaire au plan vertical qui aurait *ut* pour trace verticale.

K est le point de sortie du rayon visuel OV.

Joignons *t*K, *u*K, et prenons les milieux *t'*, *u'*, ... de ces lignes ; nous aurons en *t'u'* la projection verticale du cercle parallèle au premier, et de rayon moitié, qu'il faut prendre pour directrice d'un cône ayant son sommet au point O.

Si nous décrivions une sphère ayant OK pour diamètre, et ayant, par suite, un rayon moitié de celui de la sphère donnée, ce cercle *u't'* pourrait être considéré comme l'intersection de cette sphère par un plan *t'u'* parallèle au premier plan *tu*.

Nous aurons donc les lignes de teintes en prenant la petite

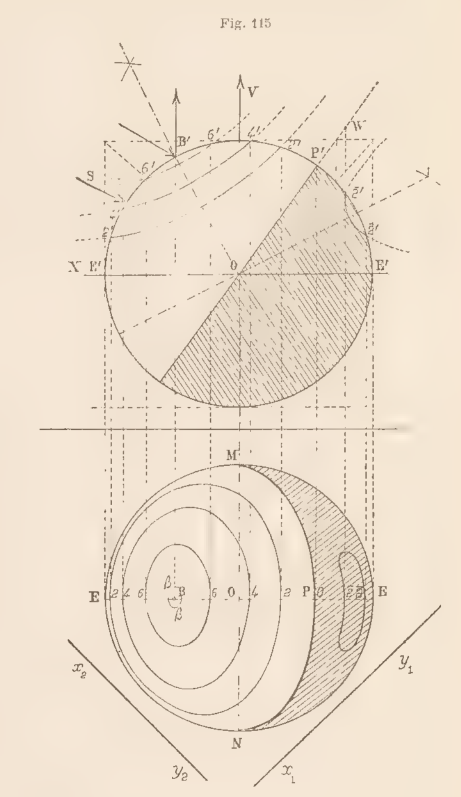
Fig. 114

sphère OK ; la coupant par des plans perpendiculaires au rayon lumineux ; prenant les cercles ainsi formés pour bases de cônes ayant, chacun, leur sommet au centre de la sphère et cherchant les intersections de ces cônes avec la sphère primitive.

Le plan vertical étant parallèle à un plan de symétrie commun à la sphère et aux cônes, on sait que les courbes d'intersection, en projection verticale, seront des coniques (ellipse, hyperbole ou parabole ; voir Géométrie descriptive).

On démontre, par la géométrie analytique (1), que toutes les lignes d'égales teintes, dans cette hypothèse, se projet-

Fig. 115



(1) A cet effet, prenons pour plan des xy le méridien de front de la sphère ; le centre O pour centre des coordonnées, et l'axe des x parallèle à la ligne de terre. — L'axe des Z sera pris perpendiculaire au plan vertical.

Soit $y = \alpha x$ l'équation du rayon lumineux en projection verticale.

(1) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ sera l'équation de la grande sphère.

La petite sphère aura pour équation :

$$x^2 + \left(y - \frac{R}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{R^2}{4}$$

ou en simplifiant :

(2) $$x^2 + y^2 - Ry + z^2 = 0.$$

Un plan perpendiculaire au rayon lumineux aura pour équation :

(3) $$y = -\frac{1}{\alpha}x + \beta, \quad \beta \text{ étant indéterminé.}$$

Les équations (2) et (3) définissent la directrice du petit cône oblique.

Le cône ayant son sommet à l'origine, les équations d'une de ses génératrices sont :

(4) $y = mz.$
(5) $x = nz.$

On exprimera que cette droite rencontre la directrice ; on éliminera pour cela x, y, z entre les équations (2), (3), (4) et (5). On obtiendra l'équation de condition :

(6) $$Rm(n + \alpha m) = \alpha\beta(n^2 + m^2 + 1).$$

Remplaçant m et n par leurs valeurs tirées de (4) et (5), on aura l'équation du cône :

(7) $$Rxy + R\alpha y^2 = \alpha\beta(x^2 + y^2 + z^2).$$

L'équation de la courbe d'intersection du cône et de la sphère, en projection verticale, s'obtiendra en éliminant z entre les équations (1) et (7) et l'on aura l'équation :

(8) $y(x + \alpha y) = \alpha\beta R$: Telle est l'équation du lieu en projection verticale :

Cette équation représente une hyperbole dont les asymptotes sont les droites

$$y = 0 \quad \text{et} \quad x + \alpha y = 0.$$

L'une, $y = 0$, représente l'axe OX ; c'est donc la projection verticale de l'équateur de la sphère ; l'autre, $x + \alpha y = 0$, peut s'écrire $y = -\frac{1}{\alpha}x$; elle représente une droite OW, passant par l'origine et perpendiculaire au rayon lumineux OS ; c'est donc la projection verticale de la séparatrice d'ombre propre de la sphère.

tent verticalement suivant des hyperboles ayant toutes les mêmes asymptotes, OX, OW (fig. 114 et 115). — L'une des asymptotes OX est l'équateur de la sphère, l'autre OW est la séparatrice en projection verticale.

La connaissance d'un point seulement de chacune de ces hyperboles suffira donc pour la tracer complètement par points. On en déduira ensuite les courbes, en projection horizontale, par les procédés ordinaires de la géométrie descriptive.

L'épure une fois faite en projection horizontale (fig. 115), en prenant la ligne à 45° x_1y_1 pour la ligne de terre, la sphère se présentera dans la position ordinaire d'une élévation, en prenant x_2y_2 on la verra en plan.

(c) *Remarques.* — 1° La bissectrice Θ'B' des asymptotes, c'est-à-dire l'axe de toutes les hyperboles, est aussi la bissectrice de l'angle SOV ; son point de sortie B', sur la sphère donne donc le point brillant du soleil. Sa projection horizontale est B. C'est le point tout à fait brillant de la sphère pour un spectateur qui regarderait la projection horizontale.

2° Dans la nature, comme le soleil n'apparaît pas suivant un point, mais suivant un disque de faible diamètre apparent, au lieu d'un point brillant B, nous aurons une petite courbe brillante β, β...

3° Aucune des lignes de teintes, telles que 2, 2-4, 4, etc... en projection horizontale, ne touche le contour apparent ; la sphère paraîtra donc aussi sombre aux environs de son contour apparent MEN qu'à ceux de sa séparatrice d'ombre et de lumière MPN. Cet effet est exact et facile à observer sur un objet métallique et brillant. En règle générale, sur les corps polis, les contours apparents sont sombres ; les zones brillantes ont des dimensions restreintes ; elles sont très claires par rapport aux zones qui les entourent, et placées toujours assez loin des contours apparents, et, par conséquent, assez près du centre.

(d) *Nota.* — On ne s'étendra pas davantage sur l'étude d'une sphère polie placée dans les conditions précédentes, conditions tout à fait en dehors de celles qui se présentent ordinairement.

Nous avons admis, en effet, pour arriver aux résultats qui précèdent :

1° Que l'incidence ne modifiait pas l'éclat du rayon réfléchi (ce qui n'est pas exact) ;

2° Que la sphère était isolée au milieu de l'atmosphère, placée très loin de la terre et ne subissait, par conséquent, que les reflets du ciel ;

3° Que l'intensité des rayons émis par les diverses parties du ciel était conforme à la loi de distribution symétrique donnée au n° 67.

Or les nuages modifieront à chaque instant cette loi et, de plus, les objets qui entourent le corps poli viendront se réfléchir à sa surface et y former image.

Lorsque l'on voudra, dans un dessin, rendre l'aspect d'un corps parfaitement poli, on devra figurer à sa surface les images des objets environnants. La géométrie donnerait bien le moyen de trouver ces images brillantes, mais les épures seraient fort compliquées et il serait oiseux, pour un cas si rare dans la pratique, de faire une pareille étude. Il sera préférable, si le cas se présente, d'agir comme font les peintres, c'est-à-dire de faire poser le modèle et de le copier comme on le voit. On remarquera seulement que la ligne d'ombre propre est encore, dans ce cas, une ligne d'égale teinte. On trace donc l'ombre propre, de la même manière, sur les surfaces polies ou dépolies, et sur toutes les surfaces, sans exception, la ligne d'ombre propre sera une ligne d'égale teinte.

§ III. — Sphère type, mi-polie

89. **Conventions pour les corps mi-polis.** — Les corps mi-polis participent, comme propriétés, à la fois des corps polis et des corps dépolis.

Les lumières intenses s'y réfléchissent plus qu'elles ne s'y diffusent, et les lumières faibles font le contraire.

Une lumière intense donnera donc lieu sur leur surface à une image brillante, comme s'ils étaient polis. Nous chercherons ce point brillant comme nous l'avons fait ci-dessus, c'est-à-dire par la méthode de la bissectrice de l'angle du rayon lumineux central et du rayon visuel central.

Nous tracerons l'ombre propre comme à l'ordinaire, par les rayons lumineux tangents, et nous adopterons, comme lignes de teintes, une série de courbes passant graduellement du point brillant à la ligne d'ombre propre. Forcément ces courbes seront de convention.

90. **Epure des lignes de teintes sur une sphère mi-polie.** — Nous avons adopté la construction conventionnelle suivante, s'appliquant à un observateur qui regarderait la projection horizontale.

OO' est le centre de la phère. Comme dans les épures précédentes, le rayon lumineux a été rendu, par une rotation, parallèle au plan vertical et projeté à l'angle φ sur la projection verticale.

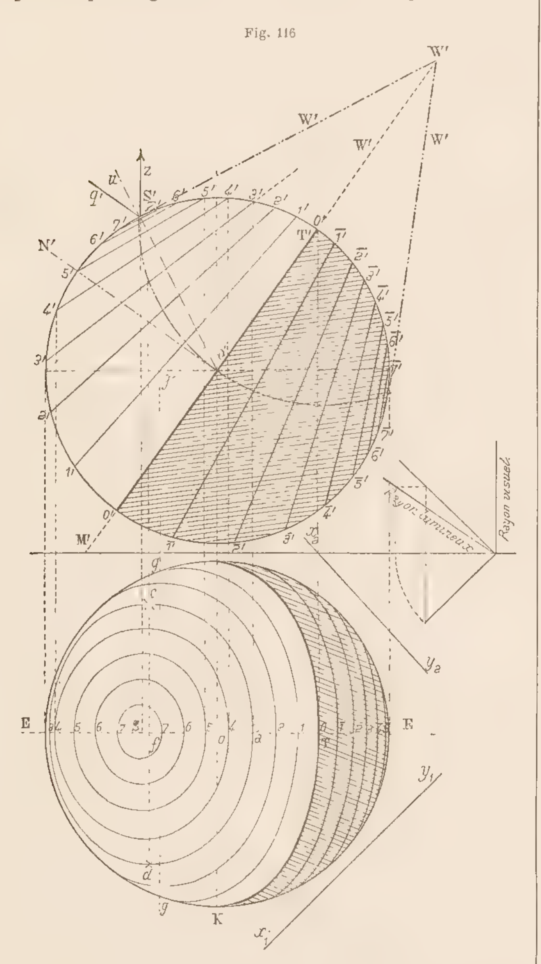
(a) *Point brillant.* — Le point brillant sera situé sur le méridien de front EE.

Le rayon visuel est perpendiculaire au plan horizontal. On a donc mené (Elévation) le rayon lumineux N'O' qui passerait par le centre. La bissectrice O'S' a donné en S' le point brillant, projeté horizontalement en S. (Voir le même tracé n° 88.)

(*b*) *Ombre.* — L'ombre propre est déterminée par le grand cercle M'T' (Elévation) perpendiculaire au rayon lumineux. — En plan elle nous donne l'ellipse connue KT.

(*c*) *Lignes de teintes.* — Pour simplifier, on s'est imposé de prendre pour lignes de teintes des courbes planes ; mais

Fig. 116



c'est par pure convention, on ne saurait trop le faire remarquer.

Or, quel serait le plan qui donnerait comme courbe plane, infiniment petite, le point brillant S' ?

Ce serait le plan tangent S'W.

On a donc été conduit à mener le plan tangent S'W', au point brillant. On a pris ensuite son intersection avec le plan d'ombre propre M'T'W'. Cette intersection est une droite perpendiculaire au plan vertical et projetée, tout entière, au point W'. Dès lors, il était tout naturel, voulant des courbes planes, de prendre pour lignes de teintes, les sections faites par des plans, non plus parallèles comme dans le cas de la sphère polie, mais passant tous par la ligne W' perpendiculaire au plan vertical.

On voit en 1'1' — 2'2'......7'7', sur l'élévation, ces courbes planes ; elles sont toutes projetées suivant des lignes droites.

Comme pour la sphère dépolie, on a pris sept plans, divisant la portion éclairée de la sphère en 8 zones.

A cet effet, l'arc T'S', compris entre la séparatrice et le point brillant, a été partagé en 8 parties égales. Ces lignes ont été affectées des nombres positifs (plus 1, plus 2, etc...).

On a prolongé le même tracé dans l'ombre propre et les lignes ont été affectées des nombres négatifs (moins 1, moins 2, etc...).

De la projection verticale on déduit facilement les ellipses, projections horizontales des cercles de teintes. Les points importants à déterminer pour ces ellipses sont les extrémités telles que *c* et *d*, 3 et 3 des axes et les points tels que *g*, *g*... où elles se perdent tangentiellement dans l'équateur, qui est le contour apparent horizontal.

(*d*) *Remarques.* — 1° On voit que cette division de l'arc en 8 parties égales est tout à fait conventionnelle. On pourrait adopter toute autre loi de division.

2° Le point central O, de la sphère mi-polie est, grâce au nombre de lignes de teintes que nous avons adoptées, compris entre les lignes + 4 et + 5 ; exactement comme pour la sphère dépolie.

Pour chacune de ces deux sphères, la zone d'éclairage à saturation, ou zone α, laquelle répond à la teinte locale de couleur, sera donc la zone 4 — 5.

3° Sur la sphère mi-polie, dans la partie éclairée, les lignes positives 1 et 2, se perdent dans le contour apparent. Au contraire, la ligne 3 et les suivantes 4, 5, 6 et 7 ne le rencontrent pas. Sur la sphère dépolie (fig. 108) la ligne 7 était la première qui ne rencontrait pas le contour apparent.

4° En résumé, dans une sphère polie ou mi-polie, le point brillant est beaucoup plus éloigné du contour apparent que dans une sphère dépolie. Le contour apparent est plus sombre sur la sphère mi-polie que sur la sphère dépolie.

§ IV. — Échelles de teintes (1)

91. **Usage des sphères types.** — Ayant tracé les lignes de teintes sur une sphère type, polie ou mi-polie, il sera facile d'en déduire les lignes de teintes sur des cylindres ou sur des cônes de révolution placés dans des positions quelconques.

Il suffira pour cela : 1° de circonscrire à la sphère le cylindre ou le cône, 2° de déterminer la ligne de contact, 3° de prendre les points de rencontre de cette ligne avec les courbes de teintes et 4° de faire passer par ces points les génératrices des cônes ou des cylindres dont on veut faire le lavis. On obtiendrait ainsi des divisions qui s'appliqueraient ensuite, soit en les amplifiant, soit en les réduisant, à des cylindres ou à des cônes de révolution de dimensions quelconques, pourvu que ces surfaces occupent, par rapport aux rayons lumineux et aux rayons visuels, des positions identiques à celles qu'occupaient sur la sphère type les surfaces qui lui ont été circonscrites.

Or cette amplification (ou cette réduction) proportionnelle serait longue à faire dans chaque cas particulier; c'est pourquoi il est préférable de construire, une fois pour toutes, des subdivisions que nous nommerons des *Echelles de teintes*, auxquelles on se rapportera chaque fois.

92. **Echelles de teintes les plus usuelles.** (Voir les échelles aux pages suivantes, fig. 117 à 122.) — Ces échelles pourraient être en nombre infini puisque, d'une part, un cylindre peut occuper toutes sortes de positions autour d'une sphère et que, d'autre part, un cône peut avoir un angle au sommet quelconque et occuper, lui aussi, une position quelconque.

Fig 123 (Cylindre M, en saillie)

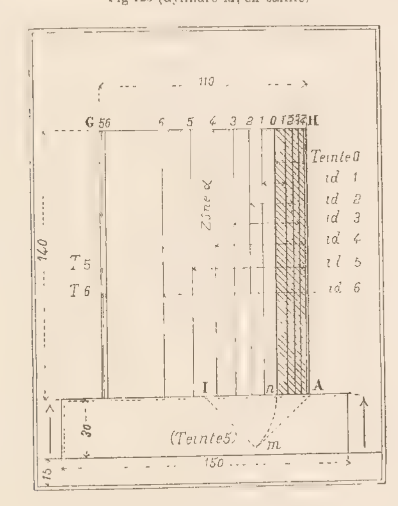
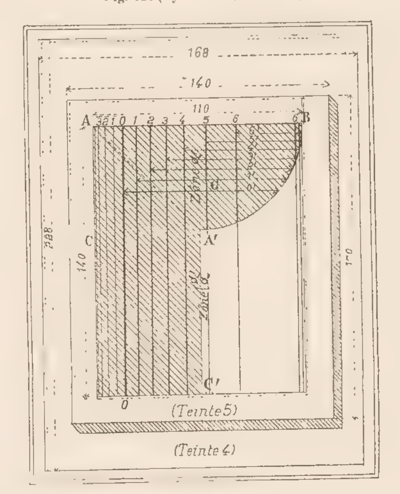


Fig. 124 (Cylindre N, en creux)



L'expérience a montré que trois échelles suffisent, à la rigueur, à toute personne ayant quelque habitude du dessin, non seulement pour *ombrer*, mais encore pour *modeler* les surfaces les plus compliquées qui se rencontrent dans le dessin d'architecture et dans le dessin de machines.

Ces échelles sont données à la page suivante, savoir : les échelles A, B et C pour les corps dépolis (dessin d'architecture) et les échelles A′, B′ et C′, pour les corps mi-polis (dessin de machines). Elles s'appliquent aux cylindres de révolution dans les trois positions principales qu'indiquent les figures marquées en trait plein sur les croquis qui accompagnent chaque échelle. On se sert de ces échelles de la manière suivante.

Soit à ombrer et à graduer un cylindre dépoli dans la position répondant à l'échelle A′ (cylindre mi-poli, parallèle aux arêtes du cube). Supposons que son diamètre soit égal à $80^m/^m$.

1° Sur une bande de papier on prendra la largeur du diamètre; 2° on inscrira la bande de papier dans l'échelle, de telle sorte qu'une de ses extrémités (échelle A′) étant en A à l'origine, l'autre vienne sur la ligne extérieure de l'échelle; 3° on marquera tous les points et on les numérotera en

(1) Voir les échelles de teintes aux pages suivantes, 66 et 67.

ÉCHELLES DE TEINTES. — CORPS DÉPOLIS

Figure 117
CYLINDRE VERTICAL

1° Le point n° 0 d'ombre propre est sensiblement aux 7/10 du rayon (1) à partir de l'axe ou aux 3/10 à partir du contour apparent.

2° La première division $\overline{0, 1}$, est à peu près les 2/5 de la distance OM (largeur de l'ombre).

3° L'axe α est situé entre les points 4 et 5, un peu plus près de 5 que de 4.

4° Du côté du contour A on trouve les nos 6 près de A et 5 presque confondu avec A.

5° Les écartements $\overline{0, 1} - \overline{1, 2} - \overline{2, 3}$, etc..., vont en augmentant progressivement.

6° La zone claire 6, 6 a une largeur à peu près égale au double de la largeur de l'ombre.

(1) Exactement à $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Figure 118
CYLINDRE A 45°, EN LUMIÈRE

1° Le point n° 0 d'ombre propre est sensiblement aux 6/10 du rayon (1) à partir de l'axe ou aux 4/10 à partir du contour apparent.

2° La première division 0, 1, est à peu près le 1/3 de la distance OM.

3° L'axe α est situé entre les points 4 et 5, un peu plus près de 5 que de 4.

4° Du côté du contour A on trouve le n° 7 presque confondu avec lui. Il n'y a, de ce côté, ni 6, ni 5.

5° Les écartements $\overline{0, 1} - \overline{1, 2} - \overline{2, 3}$... vont en augmentant progressivement.

6° La zone claire 7, 7 a une largeur plus grande que celle de l'ombre, 1/3 en plus environ.

(1) Exactement à $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Figure 119
CYLINDRE A 45°, EN DEMI-TEINTE

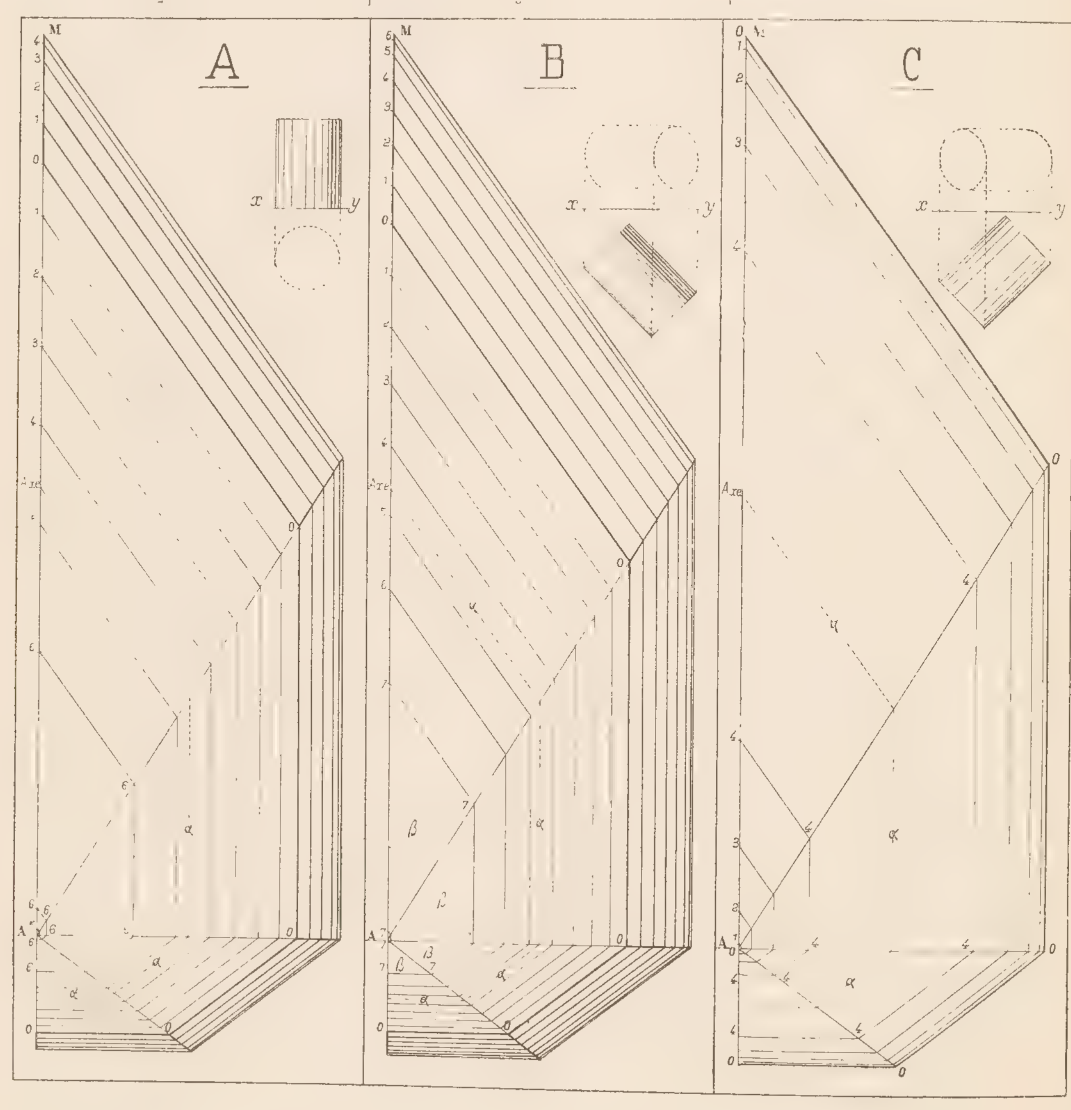
1° Les points n° 0 d'ombre propre sont confondus avec les extrémités du diamètre. Les lignes d'ombre propre sont donc les lignes de contour apparent.

2° L'axe α est situé entre les deux points 4, 4, et à égale distance de chacun d'eux.

La zone 4, 4, ou zone α, est la plus claire sur ce cylindre.

3° La largeur de la zone 4, 4, est un peu plus grande que le rayon (1/15 en plus environ).

4° Les divisions sont exactement symétriques par rapport à l'axe.



ÉCHELLES DE TEINTES. — CORPS MI-POLIS

Figure 120

CYLINDRE VERTICAL

1° Le point n° 0 d'ombre propre est sensiblement aux 7/10 du rayon (1) à partir de l'axe, ou aux 3/10 à partir du contour apparent.

2° L'axe α est situé entre les points 4 et 5, un peu plus près de 4 que de 5.

3° Du côté négatif les numéros s'arrêtent à $\overline{3}$. Du côté positif ils s'arrêtent à $+3$.

4° La zone la plus claire est située entre les n°s 5 et 5. Sa largeur est un peu moindre que le double de la largeur de l'ombre propre.

(1) Exactement à $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Figure 121

CYLINDRE à 45°, EN LUMIÈRE

1° Le point n° 0 d'ombre propre est sensiblement aux 6/10 du rayon (1) à partir de l'axe ou aux 4/10 à partir du contour apparent.

2° L'axe α est situé entre les points 4 et 5, un peu plus près de 4 que de 5.

3° Du côté négatif les numéros s'arrêtent à $\overline{6}$. Du côté positif ils s'arrêtent à $+3$.

4° La zone la plus claire est comprise entre les numéros les plus élevés 7 et 7 ; elle sera donc très claire. Sa largeur est un peu plus grande que la moitié de la largeur de l'ombre propre.

(1) Exactement à $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Figure 122

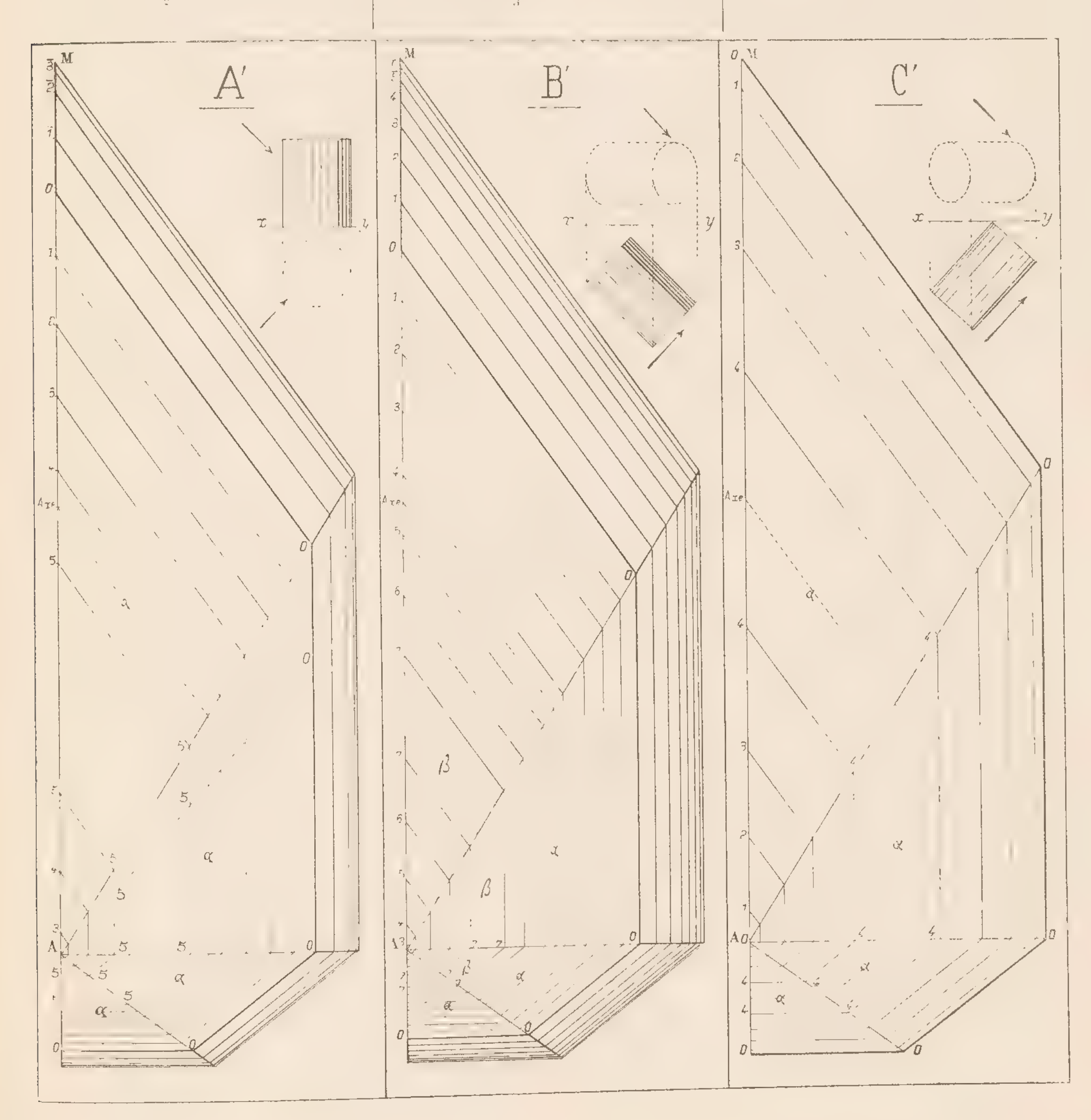
CYLINDRE A 45°, EN DEMI-TEINTE

1° Les points n° 0 d'ombre propre sont confondus avec les extrémités du diamètre ; les lignes d'ombre propre sont donc les lignes de contour apparent.

2° L'axe α est situé entre les deux points 4 et 4 et à égale distance de chacun d'eux. La zone 4, 4 est la plus claire.

3° La largeur de la zone 4, 4, est environ les 2, 7 du diamètre.

4° Les divisions sont exactement symétriques par rapport à l'axe.



ayant soin de toujours marquer un peu plus fort le point zéro, qui répond à la séparatrice; 4° on reportera ensuite la division sur la base du cylindre et 5° par les points ainsi obtenus on tracera au crayon, très légèrement, les génératrices du cylindre, ce qui donnera les lignes de teintes.

Nota. — Dans ce tracé préparatoire des lignes de teintes au crayon, on dessinera d'un trait presque invisible celles qui répondent à des zones éclairées telles que 7, 6, 5..... On marquera d'un trait plus soutenu celles qui sont dans l'ombre propre, telles que les lignes $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$.....

Enfin, si une ligne claire, c'est-à-dire positive, telle que 7 ou 6, pénètre dans une ombre portée, on fera bien, sur la partie dans l'ombre, de la dessiner d'un trait assez vigoureux.

Ces différences dans l'intensité des traits de crayon concorderont plus tard, lorsqu'on fera le lavis, avec les différences dans les intensités des teintes et produiront déjà un certain effet de modelé; cela aura pour double avantage, d'abord, d'avertir de l'effet à produire plus tard avec le pinceau et, ensuite, de faire que les traits de crayon tracés dans les zones obscures ne se perdront pas de vue tant que le lavis ne sera pas terminé.

On voit ces différences de traits observées sur les figures 122, 123 et 124 et sur toutes celles qui suivent.

Lorsque l'on a gradué un certain nombre de cylindres dans les trois positions simples répondant aux échelles A, B et C ou A′, B′ et C′, on arrive à connaître assez bien, de mémoire, les distances relatives des lignes de teintes. Cela est important, car il serait absurde de ne savoir exécuter un lavis qu'à la condition que l'on ait à sa disposition les échelles de teintes.

C'est pourquoi on fera bien de lire et de retenir les légendes sommaires qui accompagnent chaque échelle. (Voir aux deux pages précédentes.)

93. **Application des échelles aux surfaces en creux.** — Prenons, figures 122 et 123, deux demi-cylindres verticaux, de même diamètre : L'un M est en saillie, l'autre N est en creux. On voit facilement que, à toutes les zones du premier, répondront des zones de même orientation sur le second; seulement, tandis que sur le cylindre plein M la ligne zéro, d'ombre propre, est à droite, sur le cylindre creux N, elle est à gauche.

La même échelle de teinte A servira donc, mais *en la renversant*, c'est-à-dire en mettant à droite sur le cylindre creux les numéros mis à gauche sur le cylindre plein et inversement.

Il résulte de là ce principe important :

Les lignes de teintes sur les surfaces en creux sont les mêmes que sur les surfaces en saillie dont elles pourraient constituer le moule, mais elles sont renversées dans tous les sens.

On voit, figure 125, l'application de ce principe au lavis d'une sphère en creux.

Dans les surfaces creuses il y a toujours une ombre portée, et la ligne zéro est une ligne d'ombre propre *virtuelle* et non plus *réelle* comme dans les surfaces en saillie; mais elle n'en reste pas moins une ligne d'égale teinte.

Les zones négatives $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$..... seront recouvertes exactement des mêmes teintes, aussi bien sur le cylindre saillant M que sur le cylindre creux N; il n'y aura donc aucune différence dans l'effet des zones négatives. Les zones positives 1, 2, 3..... donneront aussi les mêmes aspects sur les

Fig. 125

deux surfaces, pourvu qu'elles soient dans la lumière. Mais, au contraire, si elles sont les unes (en tout ou en partie) dans l'ombre (cylindre N), les autres dans la lumière (cylindre M), alors le principe des *ombres portées* s'appliquera.

Nous montrerons plus loin comment les échelles permettent de tracer les lignes de teintes sur les sphères, sur les tores simples ou composés, et, plus généralement, sur la plupart des surfaces qui se rencontrent en dessin géométrique.

§ V. — Pratique du lavis

94 (A) **Des teintes. — Transparence et intensité d'une teinte.**

(*a*) *Définition.* — Une teinte d'encre de Chine ou de couleur, appliquée sur le papier, agit comme un verre coloré ou teinté qui ne laisse passer qu'une fraction de la lumière qui est distribuée à ce papier et qui nous est ensuite renvoyée par lui.

Nous appellerons *transparence* d'une teinte, la fraction de la lumière que laisse passer cette teinte.

L'*intensité* serait la fraction de lumière arrêtée par la teinte.

Si on représente par T la transparence et par I l'intensité, puisque l'intensité I est ce qui manque à la transparence T, pour donner la totalité du blanc, on a : $I + T = 1$. Ainsi une teinte qui a pour transparence 1/3 a pour intensité 2/3.

(*b*) *Problème* 1. — Quelle est la transparence finale T'' de deux teintes superposées de transparence T et T' ?

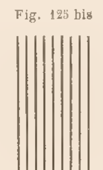
On aura $T'' = T \times T'$.

En effet, supposons que la première teinte ait une transparence 1/2 ; cela veut dire qu'elle laisse passer 1/2 de la lumière blanche émise sur le papier. Si la seconde a pour transparence 3/4, cela veut dire qu'elle ne laisse passer que les trois quarts de ce qu'elle reçoit, et comme elle recevait 1/2 elle laisse passer finalement les 3/4 de 1/2, c'est-à-dire $3/4 \times 1/2 = 3/8$ du blanc du papier. Sa transparence T'' est donc égale à $T \times T'$. C. Q. F. D.

(*c*) *Conséquences.* — 1° Si l'on prend une série de teintes égales superposées, tandis que le nombre des teintes croîtra en progression arithmétique, la transparence finale décroîtra en progression géométrique. 2° Si l'on passe une même teinte sur deux autres teintes inégales, l'assombrissement relatif le plus considérable sera produit sur la teinte la plus faible.

(*d*) *Problème* 2. — Réaliser au lavis à l'encre de Chine une teinte de transparence connue, 2/3 par exemple.

Fig. 125 bis



Avec un tire-ligne rempli d'encre, absolument noire, on tracera une série de traits parallèles et équidistants (fig. 125 bis). Ces traits auront une épaisseur constante, 1/2 millimètre par exemple, et les blancs compris entre eux auront un millimètre. Vue de loin, une feuille de papier ainsi réglée paraîtra teintée. La surface des blancs sera les 2/3 de la surface totale, et par suite on peut admettre, en ne tenant pas compte des effets d'irradiation énoncés plus haut, que la transparence de la teinte, ainsi figurée, sera 2/3. Il sera facile ensuite de mélanger d'eau une teinte d'encre de Chine de telle sorte que la teinte qu'elle fournira au pinceau soit équivalente à celle que nous venons de créer au tire-ligne.

Nota. — Pour bien juger des teintes il faut attendre qu'elles soient sèches. Quand elles sont humides elles paraissent toujours plus intenses qu'elles ne paraîtront, une fois sèche.

(B) **Classification des teintes dans un lavis à teintes plates.** — Nous diviserons les teintes en quatre séries (suivre en regardant la sphère type, fig. 116, ou le cylindre, fig. 123 et 124) :

1° *La teinte d'ébauche* (teinte n° 0). C'est une teinte d'encre de Chine de transparence 2/3 environ, que l'on place sur toutes les surfaces qui sont dans l'ombre propre ou dans l'ombre portée, sans distinction.

2° *Les teintes d'ombre propre* et les *demi-teintes* au nombre de quatre (teintes 1, 2, 3 et 4). Ce sont encore des teintes d'encre de Chine, ou de la teinte d'ombre colorée remplaçant l'encre de Chine.

La teinte n° 1 s'obtient en additionnant de 1/6, environ d'eau pure la teinte 0, et se passe entre les lignes $+1$ et $\overline{1}$.

La teinte n° 2 se passe entre $+2$ et $\overline{2}$. On l'obtient en additionnant encore la teinte 1 avec de l'eau et ainsi de suite.

3° *Les teintes de couleurs* au nombre de trois (teintes 5, 6 et 7).

Elles sont diversement composées (voir teintes conventionnelles), suivant la nature de l'objet et vont en augmentant de transparence. On les passe entre $+5$ et $\overline{5}$, entre $+6$ et $\overline{6}$, entre $+7$, et $\overline{7}$. Et souvent même on passera une teinte n° 8 excessivement légère sur tout le dessin.

4° *Teintes d'ombres portées* (Teintes n°s 0', 1', 2', 3', 4', etc.,.... 7'). — Nous en parlerons plus loin.

(C) **Conseils pratiques pour l'éclaircissement des teintes.** — Pratiquement, on opérera ainsi : Avec le gros pinceau, servant de jauge, et bien rempli, on mesurera dans le godet six forts pinceaux d'eau pure. Dans cette eau on délayera l'encre de Chine de manière à donner naissance à une teinte $t = 2/3$ environ. Ce sera la teinte d'ébauche n° 0 que l'on passera comme nous venons de dire. Cela fait,

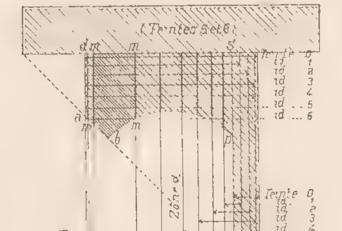
on y ajoutera *un* pinceau d'eau, ce qui donnera la teinte n° 1 passée des lignes $+1$ à $\overline{1}$. On ajoutera à cette teinte n° 1 *deux* pinceaux d'eau, ce qui donnera la teinte 2, passée de $+2$ à $\overline{2}$. On ajoutera *trois* pinceaux d'eau, ce qui donnera la teinte n° 3 ; on la passera de $+3$ à $\overline{3}$, et ainsi de suite.

95. **Lavis à teintes plates.** — Lorsqu'une surface présente des parties dans la lumière et d'autres dans l'ombre portée, nous savons que les lignes de teintes se prolongent dans l'ombre portée ; mais nous savons aussi que les zones qu'elles séparent doivent être *d'autant plus foncées* qu'elles eussent été *plus claires* sans l'existence de l'ombre portée.

Pour réaliser cet effet, on opère de la manière suivante :

(*a*) *Lavis des ombres propres et des demi-teintes.* — Soit un cylindre surmonté d'un tailloir portant ombre suivant la ligne *abp* (fig. 126).

Fig. 126



On trace au crayon la ligne d'ombre propre n° 0 et les lignes de teintes 1, 2, 3,... $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$. Il faut avoir soin, ainsi que nous l'avons dit et comme cela est visible sur le croquis ci-joint, d'indiquer très légèrement ces lignes au crayon dans toute la partie éclairée, de les marquer un peu plus dans l'ombre propre (lignes $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$...) et de les tracer très franchement dans toute la partie *abps* occupée par l'ombre portée.

Cela fait : la teinte n° 0 est passée sur tout ce qui est dans l'ombre propre ou l'ombre portée.

La teinte 1 est passée dans la partie en lumière, depuis $+1$ jusqu'à la ligne $\overline{1}$.

Dans l'ombre portée, elle se limite également, à droite à la ligne $\overline{1}$, tandis qu'elle recouvre en entier l'ombre portée.

La teinte 2 est bordée de même, pour la partie en lumière, aux lignes 2 et $\overline{2}$, tandis que dans l'ombre portée elle s'étend de $\overline{2}$ à toute l'ombre portée.

Et ainsi de suite, jusqu'à la teinte 6.

A ce moment, le lavis est terminé pour tout ce qui est dans la lumière ou dans l'ombre propre, mais la partie dans l'ombre portée, *d*, *a*, *b*, *p*, *s*, est recouverte d'une teinte plate assez forte. L'effet de contre-ombre n'est donc pas encore réalisé.

(*b*) *Lavis des ombres portées.* — Pour l'obtenir, il suffit de passer dans *l'ombre portée seulement*, de nouvelles séries de teintes, que nous nommerons les *teintes d'ombres portées*. On peut le faire de deux manières différentes, savoir :

1° Du fort au faible. — La première teinte de contre-ombre (que nous appellerons la teinte 6′) sera passée en *mmmm* sur toute la zone 6 6 noyée dans l'ombre portée ; la seconde (teinte 5′) sera passée par dessus la précédente, la débordera et se limitera aux lignes 5, $\overline{5}$, et ainsi de suite jusqu'à la dernière teinte (n° 0′) qui se limitera en *ps* à la ligne d'ombre propre.

Cette première teinte de contre-ombre 6′ doit être beaucoup plus forte que la teinte d'ébauche n° 0. Les autres teintes 5′, 4′, ..., etc., sont de plus en plus faibles et s'obtiennent par additions successives d'eau. Ces additions d'eau doivent être calculées de telle sorte que la dernière teinte d'ombre portée (teinte 0′) soit équivalente à la teinte d'ébauche, n° 0, plutôt un peu plus sombre qu'elle.

2° Du faible au fort. — On pourrait aussi, et cela vaudrait mieux, commencer le rendu des ombres portées par la teinte 0′, qui est équivalente à la teinte d'ébauche. Puis y ajouter *une* goutte de teinte de réserve, très noire ; ce qui donnera la teinte 1′, et la passer où nous avons dit ; ajouter à la teinte 1′, *deux* gouttes de noir, ce qui donnera la teinte 2′ et ainsi de suite, jusqu'à la teinte 6′ qui sera la teinte 5′ additionnée de *six* gouttes de noir.

Pour que ces additions de noir soient sensibles, il faut que la teinte de départ, 0′, ait un faible volume.

(*c*) *Remarque générale.* — Il est évident que tout le lavis pourrait se faire en procédant du *faible au fort*, tandis que nous venons de procéder du *fort au faible*.

Ainsi, on pourrait commencer par la teinte 6, de couleur très faible : ajouter un peu de couleur dans le godet, ce qui donnerait la teinte 5 ; à ce moment, ajouter un peu de teinte d'ombre, ce qui fournirait la teinte 4 et ainsi de suite. On arriverait ainsi à la teinte zéro. En y ajoutant de plus en plus de teinte d'ombre, on obtiendra les teintes d'ombres portées 1′, 2′, 3′, ..., 7′.

On sera peut-être plus sûr, de cette façon, de partir de la teinte la plus claire avec la clarté que l'on désire lui donner, d'obtenir ensuite pour la zone α le ton local de couleur qui convient et d'avoir en dernier lieu (zone 7′) le noir voulu dans la zone la plus obscure de l'ombre portée.

Il ne faut pas oublier que tout l'effet d'un rendu dépend du rapport des trois termes principaux, qui sont : la *dominante claire*, donnée par la zone β en lumière ; la *dominante colorée*, donnée par la zone α en lumière, et la *dominante sombre*, donnée par la zone β', dans l'ombre.

96. **Lavis à teintes fondues.** (Même cylindre). — 1° La teinte d'ébauche n° 0 est passée, à plat, comme dans le cas précédent.

2° Comme il importe de bien ménager en clair la zone 6, 6, on prend de l'eau pure que l'on étend sur cette zone (aussi bien dans la partie éclairée que dans la partie ombrée). On la fond rapidement, avec la couleur, du côté du contour apparent de gauche (Voir le paragraphe suivant : Teintes adoucies), puis on la reprend du côté droit avant qu'elle n'ait séché et on l'amène, en la fonçant progressivement, mais avec de la couleur, jusqu'à être à son maximum, à la ligne n° 0 (v. plus loin n° 98, 2e manière), après quoi on la dégrade jusqu'au contour apparent de droite (n° 98. 1re manière). A ce moment, le rendu de la couleur est terminé.

3° Avec de l'eau, on recouvre les zones 6 et 5 jusqu'à la zone α : on ajoute alors de la teinte d'ombre que l'on force jusqu'à ce que l'on atteigne la ligne zéro ; après quoi on adoucit du côté des zones négatives. A ce moment, le modelé des demi-teintes et de l'ombre propre est terminé.

4° Dans l'ombre portée seulement, et se soudant à la ligne zéro, avec une teinte d'ombre, colorée de la couleur de l'objet, on passe une teinte fondue que l'on assombrit au fur et à mesure que l'on recouvre les zones dont les numéros sont les plus élevés, 4′, 5′, 6′, 7′.

97. **Des filets de lumière et des filets de reflets. — Filets d'ombres et filets de contre-ombres.** — Lorsqu'un plan est limité par des arêtes, comme par exemple la face d'un parallélipipède (fig. 127) on admet que ses arêtes ne sont pas absolument vives, mais légèrement arrondies, chacune d'elles affectant ainsi la forme d'un quart de cylindre.

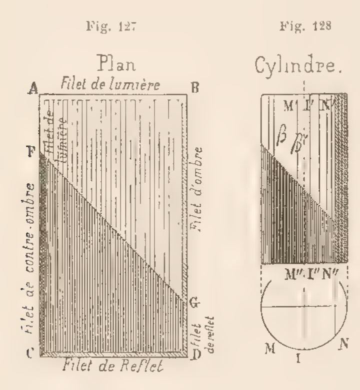


Fig. 127 Fig. 128

(*a*) *Filet de lumière et filet de contre-ombre.* — Si nous prenons l'arête supérieure AB et celle de gauche AC, la surface arrondie qui leur est substituée serait dans la position du quart du cylindre M′M (fig. 128) lequel, dans sa partie en lumière, M′, renferme la zone la plus claire β et dans sa partie ombrée la zone la plus en contre-ombre, c'est-à-dire la plus noire β′, dans le prolongement direct de la zone la plus claire β.

Par conséquent, si nous revenons au plan ABCD, il faudra ménager de A en F un filet clair, c'est le *filet de lumière* (de 1/2 à 1 millimètre de largeur) et de F en C, au contraire, passer, au tire-ligne, un léger trait avec la teinte d'ombre la plus foncée ; c'est le filet de *contre-ombre* (on ne l'observe pas toujours dans les rendus).

L'arête horizontale AB serait dans les mêmes conditions.

(*b*) *Filet d'ombre et filet de reflet.* — Si nous prenons l'arête de droite BGD et l'arête inférieure CD, la surface arrondie qui leur est substituée serait dans la position du quart de cylindre N′N, lequel renferme l'ombre propre. Or, dans la partie éclairée N′ cette ombre propre tranche en gris sur le ton central I′ ; par conséquent, sur l'arête BG, nous devrons passer, au tire-ligne, un ton gris (bien se garder de le faire noir) de 1/2 à 1 millimètre d'épaisseur qui viendra se perdre en G dans l'ombre portée inférieure ; c'est le *filet d'ombre*. (On ne l'observe pas toujours.)

Si nous revenons au cylindre, dans la partie N″, l'ombre propre tranche en reflet sur la partie centrale I″ qui est en contre-ombre. Par conséquent, la partie GD de l'arête du prisme, doit porter un filet gris, dit *filet de reflet* de 1/2 à 1 millimètre d'épaisseur. L'arête inférieure CD est dans les mêmes conditions.

Il faut bien remarquer que ce filet de reflet GD ou CD, est loin d'être blanc. Il est du gris moyen de l'ombre propre, c'est-à-dire d'un gris au moins égal à celui de la teinte d'ébauche : c'est pourquoi on ne s'en occupe ni quand on passe la teinte première d'ombre (teinte zéro, ou teinte d'ébauche), ni quand on passe la couleur : on ne le ménage que lorsque l'on est arrivé aux teintes d'ombres portées.

(*c*) *Résumé.* — Les filets de lumière se réservent sur toutes les arêtes éclairées situées en haut et à gauche et les filets de reflets sur toutes celles qui, étant dans l'ombre, sont à droite et en dessous.

Nous indiquerons, dans le cours des exercices, comment il faut indiquer les filets de lumière et les filets de reflets lorsque la surface n'est pas plane ou lorsque, étant plane, les lignes qui en limitent le contour sont courbes.

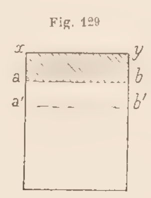
98. **Exécution des teintes dégradées.**

(*a*) *Teintes fondues, c'est-à-dire dégradées sur un grand espace (telles que teintes de fond, grandes teintes d'ombre).* — On commence par donner un coup d'éponge léger, afin d'ôter au papier sa sécheresse. On tamponne ensuite, fortement, la feuille avec un linge bien sec et on peut exécuter de suite le lavis.

1re Manière d'opérer. — Du fort au faible. — Dans un godet on prépare environ 3 gros pinceaux, d'une teinte grise

assez accusée. On oriente la planche de manière à placer en haut la partie *xy* qui doit être la plus foncée et on lui donne une très légère inclinaison (un livre placé sous la planche suffit pour cela).

Fig. 129



On commence en *xy*, et, par des petits coups de pinceau donnés de haut en bas et très également, en tenant le pinceau vertical, on amène la teinte jusqu'à la ligne *ab*, placée à 1 centimètre ou un centimètre et demi au dessous de *xy*.

La ligne dentelée *ab* doit être bien horizontale et nourrie de teinte sur toute sa longueur ; on doit opérer à également de teinte sur toute sa longueur ; on doit opérer à pinceau demi-plein. — On ajoute alors 2 ou 3 gouttes d'eau dans le godet. On mêle bien avec le pinceau et on fait descendre la teinte en *a'b'*. On continue de la même manière jusqu'en bas, mais en ajoutant chaque fois un peu plus d'eau que la fois précédente.

2e Manière. — Du faible au fort. — On a deux godets : dans l'un se trouvent 3 ou 4 pinceaux d'eau pure et dans l'autre de la teinte assez foncée, que nous appellerons de la *teinte de réserve*, et qui peut être de la teinte de couleur ou de la teinte d'ombre. — On a, de plus, un petit pinceau qui servira de compte-gouttes et de jauge.

On met une goutte de teinte de réserve dans le godet d'eau pure, et on commence, mais, bien entendu, en remettant la planche dans sa position normale, c'est-à-dire la partie qui doit être la plus claire, en haut.

On couvre ainsi comme tout à l'heure une zone de 10 à 15 millimètres de hauteur.

On ajoute alors dans le godet, avec le petit pinceau, une goutte de teinte de réserve ; on mêle bien avec le pinceau à laver, et on fait descendre encore la teinte de 10 à 15 millimètres.

On ajoute deux gouttes de teinte de réserve, on mêle et on continue de la même manière, en ajoutant chaque fois plus de teinte de réserve que la fois précédente. On fera bien de s'exercer à passer des teintes fondues par l'une ou par l'autre des deux manières.

La seconde est peut-être préférable. On doit surtout l'employer lorsqu'il est important d'obtenir un ton déterminé sur la partie la plus claire de la teinte, parce qu'il sera toujours possible, en opérant du *faible au fort*, de partir de ce ton faible comme point de départ. En employant la première manière, du *fort au faible*, on risque souvent de terminer par un ton moins clair que celui que l'on désire.

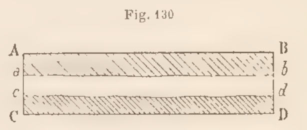
Nota. — Dans tous les cas, surtout lorsque la teinte doit être assez foncée dans sa partie la plus obscure, il faut répéter les opérations précédentes deux ou trois fois pour arriver à l'effet voulu.

(*b*) *Teintes adoucies, c'est-à-dire dégradées sur un petit espace.* — Soit, par exemple, à fondre une teinte de AB en CD sachant que l'on veut avoir en AB du blanc absolu et en CD un ton gris, déterminé.

On place la ligne AB horizontale (fig. 130). La planche ne doit pas avoir de pente.

On a deux pinceaux, l'un, le plus gros, contient de l'eau

Fig. 130



pure, et l'autre de la teinte grise. On passe de AB en *ab*, une zone d'eau pure, et, ensuite de *cd* en CD, avec l'autre pinceau, une zone de teinte grise, en laissant une zone libre *ab*, *cd* entre les deux.

Puis on enlève au gros pinceau la plus grande partie de son eau et en le passant sur la zone *ab*, *cd*, on mêle ainsi les deux teintes qui ont été mises en premier lieu. Si quelques marbrures se produisent on les fait disparaître en se servant du gros pinceau, presque sec, dont on promène légèrement la pointe sur les marbrures.

Nota. — Il faut recommencer plusieurs fois cette opération avant d'obtenir l'effet définitif.

CHAPITRE III

RENDU DES SURFACES GÉOMÉTRIQUES

§ I. — Surfaces de révolution

99. Lignes de teintes sur un tore à profil circulaire (fig. 131, 132, 133). — Nous supposons la surface mi-polie.

Tore (mi-poli).

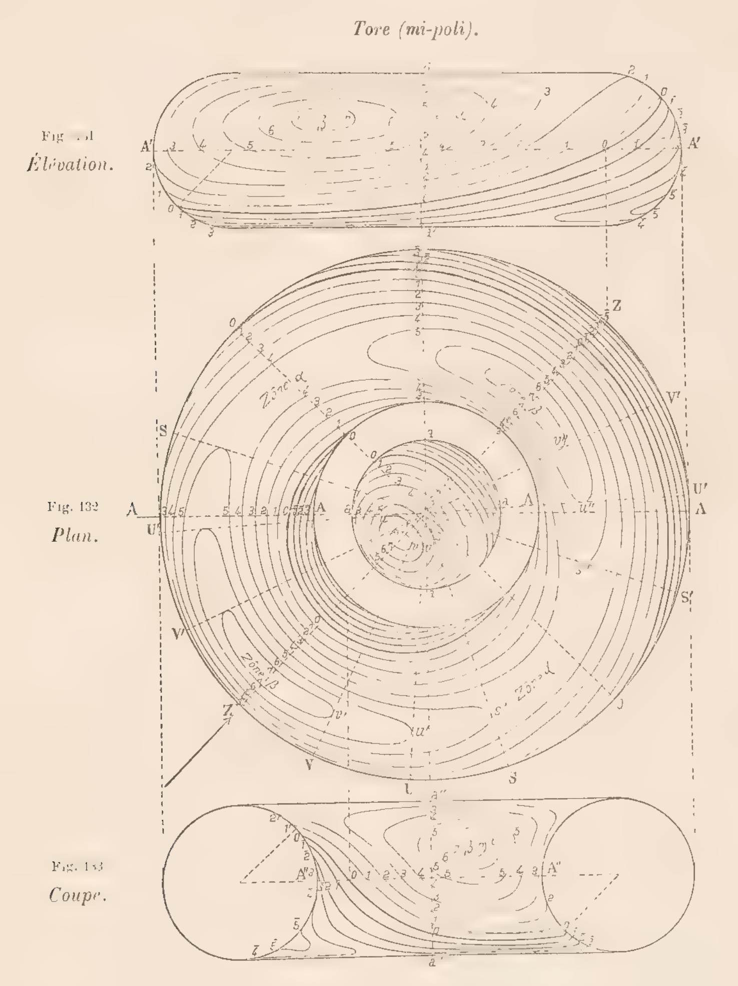


Fig. 131. *Élévation.*

Fig. 132. *Plan.*

Fig. 133. *Coupe.*

(*a*) *Élévation* (fig. 131). — Le long du grand équateur A'A' on pourrait circonscrire un cylindre vertical répondant à l'échelle A' (voir plus haut les échelles de teintes).

On relèvera donc, sur une bande de papier, la largeur

A′A′ et, l'inscrivant dans l'échelle A′ on prendra et on reportera les numéros 0, 1, 2, 3, ..., et $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$.

De même, au méridien de profil $a'a'$, répond un cylindre circonscrit parallèle à la ligne de terre et auquel s'applique aussi l'échelle A′. On marquera donc de même, sur la ligne $a'a'$, les numéros 0, 1, 2, 3, ..., etc.....

Cela suffit, avec un peu d'habitude, pour tracer les lignes de teintes de l'élévation. On devra toujours commencer par la ligne zéro, d'ombre propre, que nous savons tracer, d'ailleurs, sans le secours des échelles (voir ombres usuelles). On sait qu'elle est tangente à 45°, aux points 0 et 0 du contour apparent.

On remarquera que du côté positif les lignes 1 et 2 se perdent dans le contour apparent, tandis que la ligne 3 et, à plus forte raison, les lignes 4, 5, ..., ne le rencontrent pas. C'est pourquoi nous dirons que sur les surfaces mi-polies, la zone 2-3 est une zone de contour apparent en lumière. Du côté négatif, c'est la zone $\overline{3}$-$\overline{4}$.

(*b*) *Coupe* (fig. 133). — Nous avons un tracé analogue.

En A″A″, petit équateur, nous plaçons l'échelle A′, mais *renversée*, parce que le cylindre qui serait circonscrit le long du cercle A″A″ serait un demi-cylindre en creux.

Le long du méridien de profil $a''a''$ nous aurons encore l'échelle A′, non renversée.

Par les points ainsi placés on tracera les lignes de teintes comme pour l'élévation, en commençant toujours par la ligne zéro et faisant les mêmes remarques pour la zone de contour apparent dans la lumière 2 — 3 et pour celle dans l'ombre $\overline{3}$ — $\overline{4}$.

(*c*) *Plan* (fig. 132). — Nous avons figuré au centre une sphère égale à celle qui, par sa rotation, engendrerait le tore ; nous la nommerons la *sphère centrale*.

L'échelle A′ (dite des cylindres verticaux) nous sert pour le méridien de front AA..... et pour le méridien de profil $a''aaa'$. Remarquons que la bande de papier qui nous est nécessaire a été faite déjà pour le méridien de profil $a'a'$, de l'élévation et de la coupe.

L'échelle B′ (dite des cylindres à 45° en lumière) nous sert le long du méridien de symétrie à 45° ZZ.

L'échelle C′ (dite des cylindres à 45° en demi-teinte) nous sert pour le méridien fuyant à 45°, 00.

Nous avons dès lors assez de points pour tracer les courbes sur la sphère et sur le tore.

(*d*) *Zones de contour apparent, courbes ovoïdes et zones de couleur.* — 1° Remarquons, comme pour l'élévation et pour la coupe, que la courbe 2 se perd dans le contour apparent tandis que la courbe 3 et les suivantes, 4, 5.... ne le rencontrent pas. Nous observons donc ici, comme d'ailleurs sur toute surface mi-polie, que la zone 2 — 3 est zone de contour apparent en lumière.

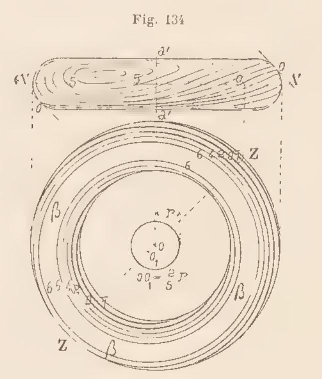
2° Du centre de la sphère il nous est possible de mener des tangentes aux trois ellipses 5, 6 et 7 de la sphère. Soient *ov*, *ou*, *os* ces trois tangentes. Nous en concluons que sur le tore, aussi bien dans sa partie extérieure que dans son intérieur, il existera trois zones 5, 6 et 7 auxquelles répondront les mêmes tangentes.

Ces zones affectent la forme d'un ovale déprimé; nous les nommerons *zones ovoïdes*. On voit qu'elles sont au-delà de la zone 4 — 5 ou zone α, dite d'éclairage à saturation. Ce seront donc des zones qui ne recevront que de la couleur et aucune teinte d'ombre. L'une d'elles, la zone 7, sera la zone brillante ou zone β, qui sur le lavis restera blanche ou peu s'en faut.

Nota. — Il faut bien remarquer que les mêmes tangentes issues du centre, servent aux courbes ovoïdes intérieures et extérieures (1).

100. Tores dont le cercle générateur est très petit (fig. 134). — Dans ce cas il serait impossible de tracer toutes

Fig. 134



les lignes de teintes, avec leur vraie forme, dans l'espace restreint dont on dispose. On peut procéder approximativement comme suit :

(*a*) *Élévation.* — Sur l'équateur AA′ l'espace est assez grand pour y placer tous les numéros 0, 1, 2, 3, 4, 5. Mais, en hauteur, sur le méridien de profil, cela devient impossible. Alors on amorce toutes les lignes de teintes dans le sens de la largeur, c'est-à-dire du grand espace, mais, dans l'autre, on fait perdre les teintes de deux en deux, l'une dans l'autre.

Ainsi $\overline{1}$ se perd avec 0; $\overline{3}$ se perd avec $\overline{2}$ et du côté de la lumière 1 et 2 se rejoignent, puis 3 et 4, etc.....

(*b*) *Plan.* — *En plan* au lieu des sept lignes de la figure 132, on n'en prendra que trois qui, non compris la ligne zéro, seront 2, 4 et 6.

Remarquant maintenant que sur l'épure exacte (fig. 132)

(1) Il est facile de démontrer que les courbes du tore sont des conchoïdes des ellipses de la sphère centrale. On les obtiendrait en prenant pour pôle le centre de cette dernière, et pour paramètre la distance du centre du tore au centre du cercle générateur.

le point zéro situé sur le méridien de symétrie à 45°, ZZ se trouve à une distance du contour apparent qui est sensiblement les 0,4 du rayon, on substitue au vrai tracé un autre tracé approximatif, par arcs de cercles, qui est le suivant :

1° On prend, du côté d'où vient la lumière, sur le méridien à 45°, une distance OO_1, égale aux 0,4 du rayon (4/10).

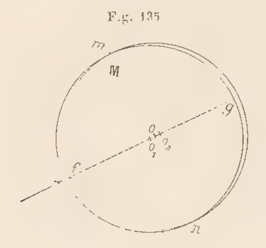
2° De ce point avec des rayons égaux à ceux du grand et du petit équateur, on trace des demi-circonférences qui donnent, sensiblement, les lignes zéro.

3° Du même centre O_1 on trace une série de circonférences concentriques qui donnent les lignes 2 et 2, 4, 6.

Remarques. — Ce tracé substitue aux zones ovoïdes brillantes du tracé exact, une couronne circulaire β, β, β..... C'est une approximation acceptable.

(*c*) *Filet de lumière d'un disque circulaire plan.* — Ce tracé justifie également le procédé employé figure 135 pour tracer

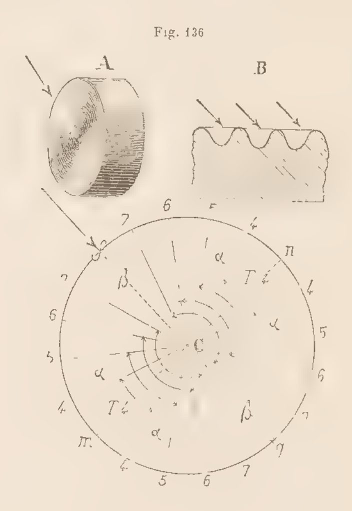
Fig. 135



les traits de force et les filets circulaires sur un contour circulaire plan M. Il consiste à prendre sur la ligne à 45° du centre, deux points O_1 et O_2 distants du point O de toute l'épaisseur que l'on veut donner soit au filet de lumière *f*, soit au trait de force *g*, et à décrire de ces points comme centre, avec le rayon du contour circulaire, deux demi-cercles *mfn* et *mgn*, excentriques l'un à l'autre. Cela résulte de ce que (n° 97) le filet de lumière et le trait de force ne sont autre chose qu'une traduction sommaire de la zone brillante et de la zone d'ombre propre de la surface arrondie qui forme l'arête du contour. Si cette arête est un cercle, la surface arrondie est un tore à cercle générateur très petit.

101. Surfaces planes travaillées au tour (fig. 136). — Certaines surfaces planes, ou même légèrement sphériques ou coniques travaillées au tour, telles que les extrémités des tourillons, les obturateurs de lunettes d'approche, A, ou d'objectifs photographiques, etc.. . présentent, au lieu

Fig. 136



d'un plan parfait, une série de stries circulaires (voir la coupe grossie en B) formant comme autant de tores à cercles générateurs très petits, emboîtés les uns dans les autres, et ayant tous le même centre.

Or, ces tores présentent tous, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur, trois zones ovoïdes 5, 6 et 7 (fig. 132) limitées aux mêmes tangentes U, V et S. Les tores, pris en masse, présenteront donc une série de lignes brillantes, qui par leur ensemble donneront l'aspect de deux secteurs (voir A, fig. 136) brillants, opposés par le sommet.

Dans un lavis à teintes plates un pareil plan, C, limité par un contour circulaire, se rendra de la manière suivante :

On divisera les arcs *fm* et *fn* en cinq parties égales, et joignant ces points au centre cela donnera des lignes que l'on considèrera comme les lignes de teintes 7, 6, 5 et 4 et entre lesquelles on passera les teintes comme l'indiquent les flèches de la figure inférieure C.

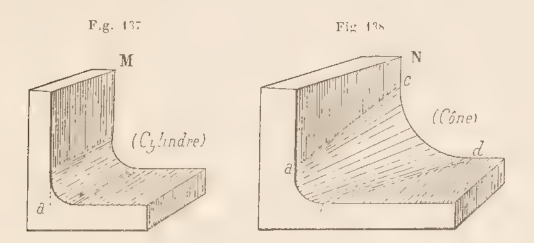
§ II. — Raccordement des surfaces

102. Surfaces-Congés. — Quelquefois en architecture, mais surtout en mécanique, pour les pièces qui doivent être fondues directement, lorsque deux surfaces se rencontrent, au lieu d'accuser leur ligne d'intersection par une arête vive, soit en creux soit en saillie, on émousse, pour ainsi dire, cette ligne d'intersection à l'aide d'une surface de raccordement qui prend ordinairement le nom de *congé*.

Les *surfaces-congés* sont quelquefois très simples et susceptibles d'être définies géométriquement ; mais, le plus

souvent, elles sont compliquées et leur définition géométrique est presque impossible.

Le congé entre deux plans (fig. 137), pourra être, comme en M, un cylindre, dont les génératrices seront parallèles à l'intersection des deux plans.



On pourrait prendre aussi comme en N (figure 138), un cône tangent aux deux plans.

Deux surfaces de révolution ayant même axe se raccorderont par un congé qui sera un tore.

La marche à suivre pour faire le passage des lignes de teintes d'une surface sur l'autre, en prenant comme transition le congé, est toujours la même. Elle se résume ainsi :

1° On détermine, figure 139, en *dd*, *ff*, ..., et figure 140, en *aa*, les lignes suivant lesquelles se feront les raccordements ;

2° On trace les lignes de teintes sur les surfaces à raccorder (1) et on les arrête aux lignes de raccordement. Il reste alors à tracer les lignes sur le congé, c'est-à-dire à relier convenablement les points qui portent les mêmes numéros sur les lignes de raccordement ; pour y arriver :

3° On se rend compte des lignes de contour apparent du congé et, en leur menant des tangentes à 45°, on a des points zéro d'ombre propre ;

4° Cela suffit en général pour permettre de tracer avec une approximation suffisante la ligne zéro du congé ; sa direction aide à trouver celle des lignes 1, 2, 3, etc , ... dont on a les points de départ et d'arrivée, là où les lignes de teintes des surfaces données rencontrent les lignes de raccordement du congé.

Remarque. — Si le profil du congé est fourni par des arcs de cercle, dans ce cas le congé et les surfaces sont simplement tangentes mais ne sont pas ce que l'on nomme *osculatrices ;* alors les lignes de teintes se rencontrent sur la ligne de raccordement mais ne sont pas *tangentes entre elles*.

Si, au contraire, le profil du congé est tracé à la main, alors il y a osculation et les lignes de teintes se raccordent. Nous supposons dans les exemples donnés plus loin qu'il en est ainsi ; l'effet produit est meilleur (2).

(1) Ces surfaces sont en général définies géométriquement : ce sont des cônes, des cylindres, des sphères, des tores, etc... ; et l'on sait, par conséquent, tracer leurs lignes de teintes.

(2) Voir pour l'osculation des surfaces : Géométrie descriptive, 3e vol.

103. **Raccordement d'un cylindre et d'un plan.** — On remarquera (fig. 140), sur la projection horizontale, que les

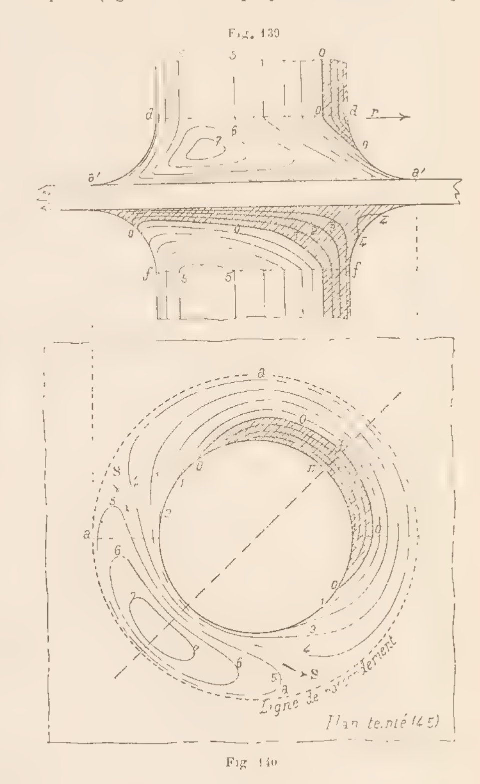
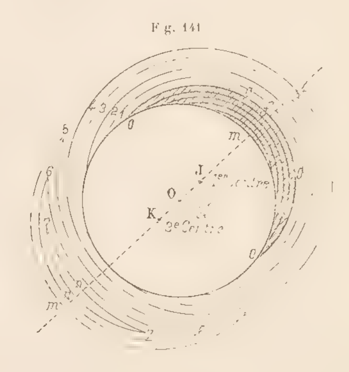


Fig. 140

lignes de teintes du congé ne doivent pas rencontrer la ligne de raccordement *a*, *a*, *a*, qui est ici un cercle. Cela



est naturel puisqu'un plan ayant la même orientation pour tous ses points doit être teinté d'une seule et même teinte partout.

On voit en S, S, deux espèces d'*estuaires* par lesquels la zone 4, 5, semble se déverser sur le plan, comme un fleuve se déverse dans la mer.

En dessin de machines, sur les portées des boulons, on trace les lignes de teintes d'une manière approchée, en se servant du compas (fig. 141). Ayant remarqué (fig. 140) que la distance *mf* est sensiblement les 0,4 du rayon du congé, on prend de part et d'autre du centre O et sur la ligne à 45° deux points J et K situés à une distance égale aux 0,4 du rayon.

Du point J comme centre on trace 4 cercles, donnant les teintes positives nos 1, 2, 3 et 4.

Fig. 142 Fig. 144

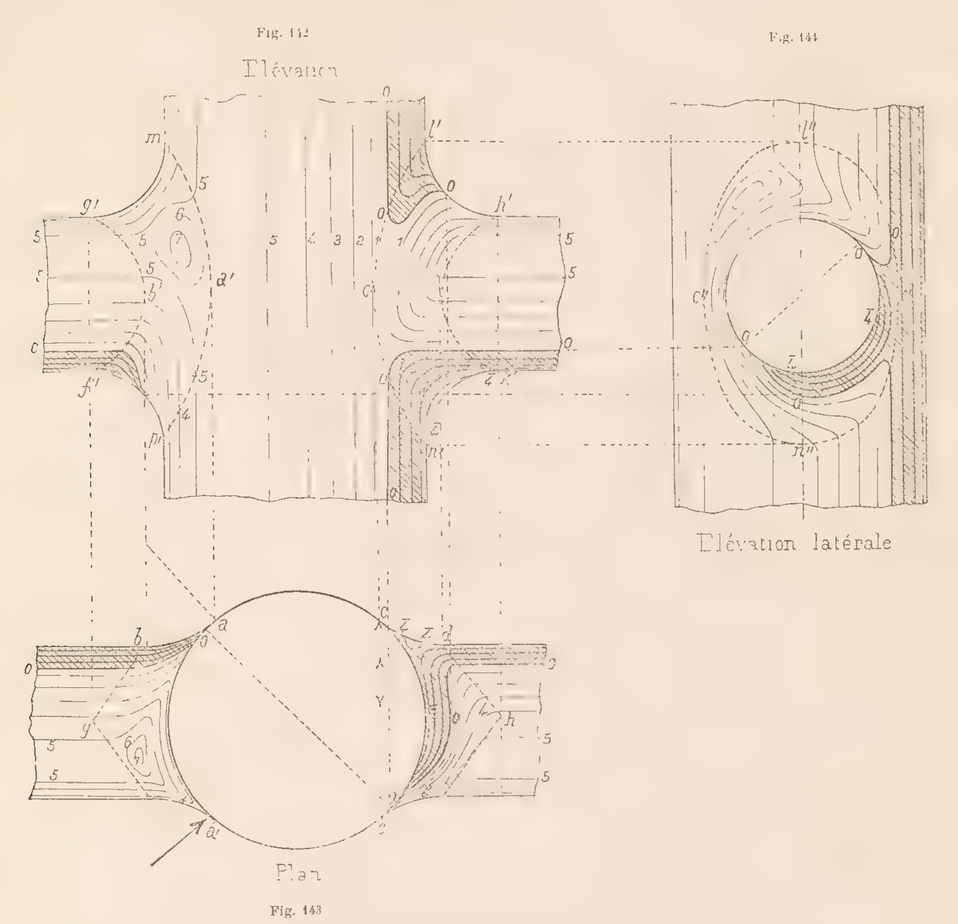


Fig. 143

Les ombres portées sont à déterminer.

Du côté de la lumière les courbes ovoïdes nos 5, 6 et 7, sont obtenues par des arcs de cercles ayant alternativement *f* et *k* comme centres.

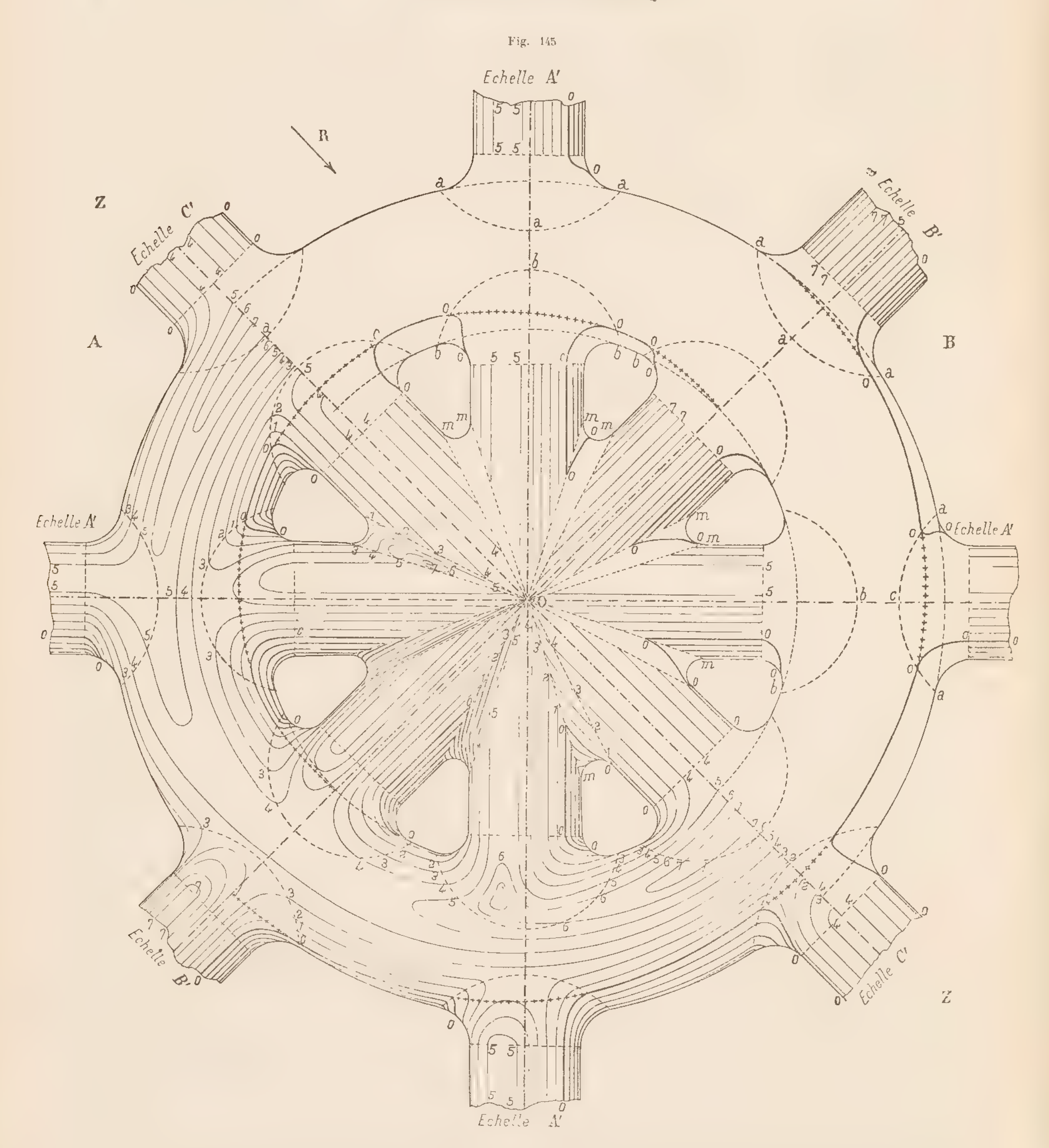
Au lieu d'être arrondies aux extrémités, comme sur la figure 140, elles sont terminées en pointe. Cela ne nuit pas à l'effet produit.

Nota. — Sur les figures 139, 140, 141, les ombres portées ne sont pas indiquées ; on devra les chercher. Elles produiront des effets de contre-ombres comme il est dit plus haut.

104. Raccordement de deux cylindres de diamètres différents. — On s'est donné (fig. 142) en élévation et (fig. 143) en plan, les profils du congé, lesquels seront pour lui ses lignes de contours apparents.

Les points de contact *a*, *b* et *c* du plan ont été rappelés

Fig. 145



en a', b' et c' sur l'élévation, et les contacts g' et h' de l'élévation ont donné g et h sur le plan ; cela a permis

d'établir approximativement, sur l'élévation, les lignes de raccordement $m'a'p' — g'b'f'$, etc., . ., indiquées en pointillé sur le croquis.

L'échelle A' des cylindres mi-polis a permis de tracer les lignes de teintes des surfaces cylindriques.

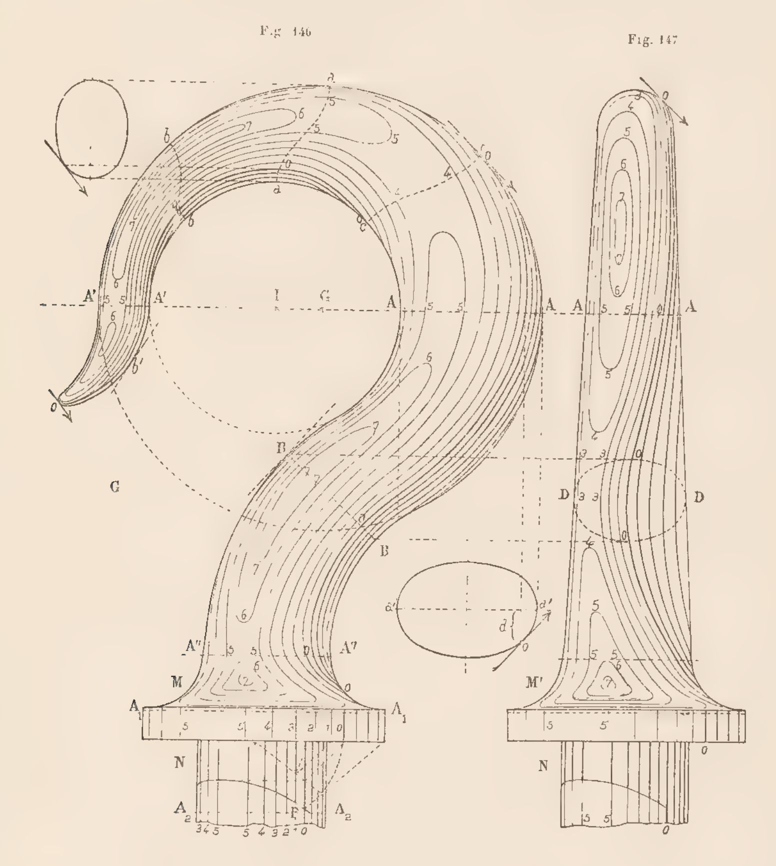
Les lignes du congé rejoignent les points dont les numéros se correspondent sur les lignes de raccordement. Il est inutile d'insister : le lecteur devra refaire lui-même le tracé et s'exercer à laver les différents exemples de surfaces ou de raccordements de surfaces que nous donnons.

Nota. — 1° On trouvera l'application de cet exemple dans le lavis des robinets ;

2° Les ombres portées sont à déterminer sur les figures 142, 143 et 144.

105. Raccordements d'un tore et de huit cylindres

Fig. 146 Fig. 147



(fig. 145) (1). — *Corps mi-polis.* — Un tore est rencontré par huit cylindres. Les lignes de raccordement sont, à l'extérieur, les courbes *a*, *a*, *a* (on peut prendre en plan des arcs de cercle ; mais dans l'espace ce sont des courbes gauches) ; à l'intérieur, ce sont les courbes *b*, *b*, *b* et pour le croisement des cylindres entre eux, ce sont les lignes O*m*, O*m*, O*m* qui sont droites sur le plan, mais qui, en réalité, sont des ellipses dans l'espace, comme sections planes de ces cylindres. (On aurait pu, pour ces dernières, prendre toute autre ligne.)

Les échelles A', B' et C' des corps mi-polis ont permis de diviser les 8 cylindres qui sont en présence. On a donc tracé les lignes de teintes de ces cylindres, mais en les arrêtant aux lignes de raccordement *aaa*... *bbb*... *mmm*.

On a, par les procédés indiqués ci-dessus, tracé les lignes de teintes du tore et on ne les a conservées qu'en dehors des lignes de raccordement. On voit sur le croquis ci-contre, les séparatrices d'ombre, mais elles seulement, continuées par

(1) Sujet de lavis donné à l'École polytechnique en 2e division.

des petites croix dans la partie qui appartient aux congés.

Le raccord des lignes entre elles est facile à suivre sur le croquis ci-contre ; on joint par des courbes les points dont les numéros sont les mêmes.

La moitié de gauche A donne le tracé complet ; la moitié de droite B ne donne que l'indication des lignes zéro. Les deux moitiés sont symétriques par rapport au plan de symétrie à 45°, ZZ.

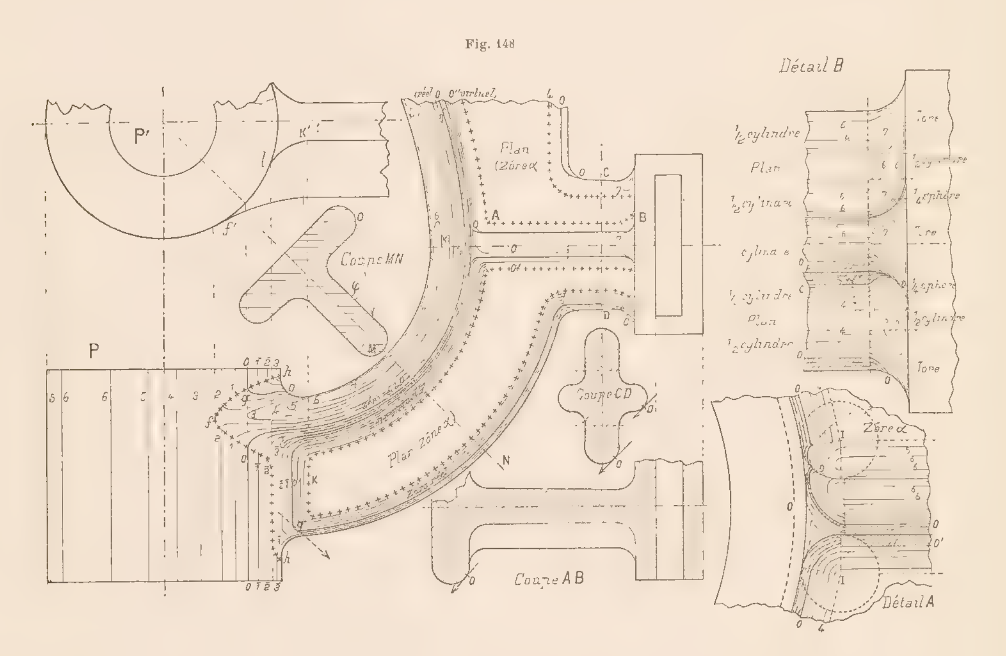
(On n'a pas indiqué les ombres portées, on les cherchera par les méthodes données dans la première partie.)

106. Raccordements de tores. — Application à un crochet de poulie (fig. 146 et 147.) — Nous avons en présence plusieurs tores ou fractions de tores qui se succèdent en changeant de section méridienne. Ainsi, tandis que la coupe horizontale A″A″ faite immédiatement au-dessus du congé M, donnerait un cercle, une coupe horizontale AA faite au niveau des centres I et G donnerait la courbe elliptique dont on voit le rabattement en *a′a′* au-dessous.

Comme toujours on détermine d'abord, et même sans le secours des échelles, les lignes zéro, c'est-à-dire les séparatrices, en ayant soin de les faire passer par les points de tangence à 45 degrés sur les contours apparents.

Quant à l'application des échelles, elle ne peut plus se

Fig. 148



faire très rigoureusement sur le crochet à cause de la forme elliptique de ses différentes sections.

Ainsi l'échelle A′ (dite des cylindres verticaux) s'applique, *par à peu près*, en AA — A′A′, mais sur un profil elliptique. Sur A″A″ seulement elle peut s'appliquer exactement. Le point zéro est déterminé rigoureusement par le tracé de l'ombre propre, mais les autres points ne le sont qu'à vue d'œil. L'échelle se s'applique plus. Néanmoins on placera les points au sentiment, sachant toujours que l'on ne doit pas dépasser les numéros 5 et 5 pour la zone claire des cylindres verticaux et que le milieu des sections doit être compris entre 4 et 5 (zone α).

En menant des tangentes horizontales aux points *a* et *a*, et joignant *aa* par une ligne courbe que nous prendrons comme ligne conventionnelle de contact d'un cylindre horizontal circonscrit, nous disposerons aussi sur cette ligne des numéros analogues à ceux de l'échelle A′.

L'échelle B′ (dite des cylindres à 45°, en lumière) trouvera son application en BB et en *bb* (cette dernière ligne de contact n'est pas droite) ; nous aurons soin d'y placer tous les numéros jusqu'à 7 et de faire en sorte que le milieu de la ligne soit compris, lui aussi, entre 4 et 5 (zone α).

Enfin l'échelle C′ (dite des cylindres à 45° en demi-teinte) trouve son application sur la ligne courbe *cc*.

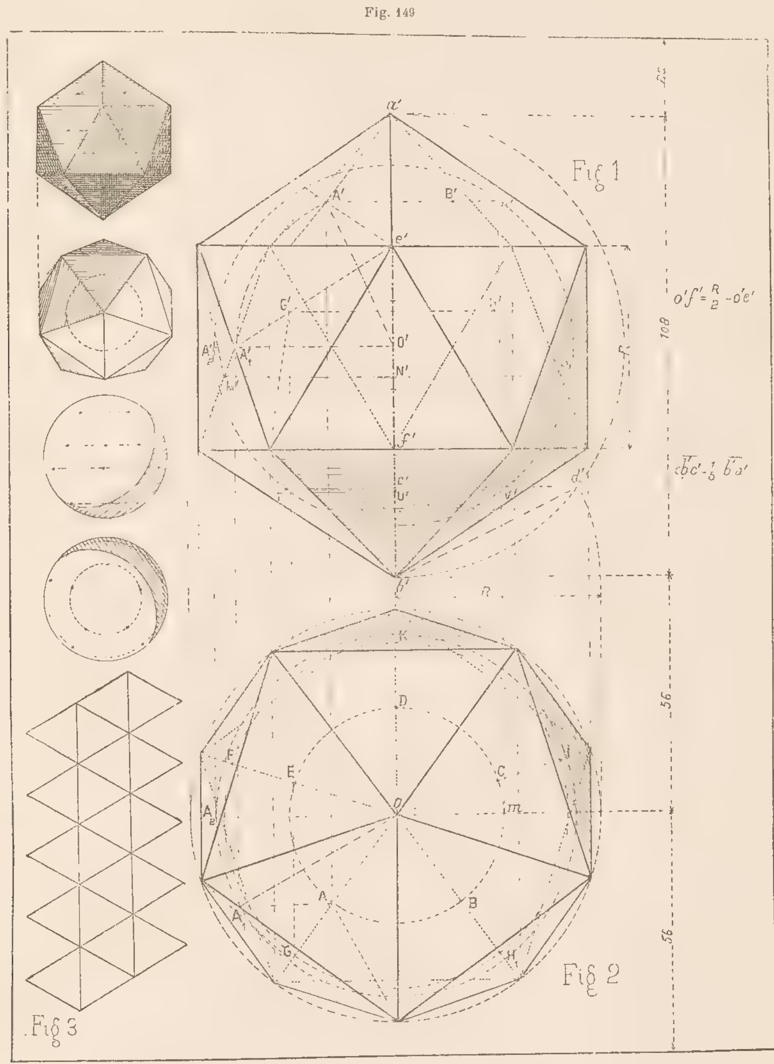
Il est inutile d'insister ; le croquis donne les indications nécessaires pour achever le tracé. D'ailleurs la simple lecture ne suffit pas pour comprendre et pour s'assimiler la

méthode. Il est nécessaire de faire les dessins et d'en exécuter le lavis.

Nous donnerons plus loin le dessin d'un palan dans lequel un crochet analogue se présentera.

107. Raccordements de nervures (fig. 148). — Cet exemple est emprunté au cours de dessin de machines de l'École Polytechnique. Le croquis ci-joint représente la partie inférieure d'une *chaise pendante*. — Dans la partie cylindrique

Fig. 149



P_1P', se loge une douille supportant le coussinet. (Ce coussinet n'est pas représenté sur le croquis.)

Les coupes partielles MN, CD, AB, font connaître les profils exacts des nervures et permettent de trouver immédiatement des points des lignes zéro (séparatrices). Ces points sont *réels*, si le point de tangence est sur une saillie; ils sont *virtuels* s'il est dans un creux. Les lignes zéro virtuelles sont toujours noyées dans une ombre autoportée (1)

(1) Pour ne pas compliquer la figure, les ombres portées n'ont pas été tracées ; elles sont faciles à déterminer. Nous avons adopté les échelles des

que l'on devra chercher. — Ces ombres autoportées se détachent des ombres propres réelles, aux points dits *de passage* tels que *q* (fig. P). La tangente y est à 45°, et ce point sert aussi de départ aux branches virtuelles d'ombre propre. (Voir géométrie descriptive.) Ne pas oublier que l'on obtient des points zéro en menant des tangentes lumineuses aux contours apparents.

Nous rappelons que pour passer d'une nervure à une autre, il faut, comme il a été dit au n° **102**, chercher d'abord les lignes de raccordement des surfaces congés. (Nous les avons indiquées sur le croquis par une ligne formée de points en croix.) Le croquis ci-contre et les détails plus grands A et B suffisent pour indiquer la marche à suivre.

108. Rendu des polyèdres.

(*a*) *Méthode générale.* — Le rendu qui convient à des plans dépend de leur orientation et de leur distance. Les effets d'orientation l'emportent toujours, comme importance, sur ceux de distance ; et la difficulté, assez grande d'ailleurs, consiste à mettre, pour les plans, ces effets en concordance avec ceux des surfaces courbes qui les avoisinent. C'est pourquoi on commence, tout d'abord, par terminer le rendu de ces surfaces courbes. Après quoi pour apprécier la valeur à attribuer, comme couleur, comme ombre et comme modelé à tel ou tel plan situé à côté d'elles, on imagine que ce plan est déplacé parallèlement à lui-même jusqu'à devenir tangent à la surface dont le rendu, que nous supposons achevé, peut être pris en quelque sorte comme *diapason de valeurs ;* on apprécie le point (ou la ligne) de contact ; on reconnait la valeur correspondante et on attribue cette valeur au plan considéré. Ce n'est qu'ensuite, et sous forme de retouches, que l'on tient compte des effets de distance ; il faut le faire avec beaucoup de discrétion. Nous désignerons cette opération sous le nom de *mise à l'unisson* des plans avec les surfaces.

(*b*) *Application à un icosaèdre régulier* (fig. **149**). — La construction de ce solide est indiquée dans le cours de géométrie descriptive. On sait que l'on peut lui inscrire une sphère ; on voit cette sphère indiquée en pointillé, sur les figures **1** et **2** ; les points de contact avec les faces du polyèdre sont marqués approximativement, en A′, B′, G′, etc... Par conséquent, se reportant à la sphère type, on verra quelles sont les valeurs des teintes dans lesquelles se trouvent ces points de contact et on fera en sorte que ces valeurs soient les mêmes sur les faces correspondantes du solide.

corps dépolis, quoique les surfaces soient métalliques ; cela n'a pas d'importance.

CHAPITRE IV

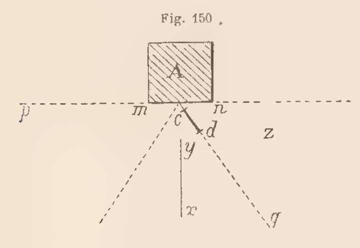
APPLICATION AU RENDU DANS LE DESSIN D'ARCHITECTURE

§ I. — Murs et surfaces planes

109. **Des reflets dans le dessin d'architecture.** — En architecture, les édifices reposent sur le sol, qui est fortement éclairé, souvent de couleur claire, et qui donne des reflets violents. Les reflets atmosphériques doivent donc être combinés avec les reflets émanant du sol. Ces derniers sont même plus intenses que les premiers. Cherchons à nous rendre compte de la direction suivant laquelle les reflets du sol ont le plus d'intensité. Cette direction, combinée avec celle du rayon atmosphérique principal, nous donnera celle des rayons de reflets résultants.

(*a*) *Rayon terrestre principal.* — Soit en projection horizontale A (fig. 150) un édifice rectangulaire, reposant sur un sol mat, c'est-à-dire analogue aux surfaces dépolies, éclairé et renvoyant de la lumière par diffusion et non par réflexion, comme pourrait le faire une nappe d'eau. Il est évident que si nous plaçons un petit élément plan vertical, *cd*, dans une position inclinée sur la face *mn* de l'édifice, il ne recevra de reflets que des points du sol situés dans l'angle *pcq*, car il ne peut pas recevoir de reflets de la partie du sol Z, qui est située derrière lui. Il sera donc d'autant moins reflété qu'il sera plus loin d'être parallèle à la face *mn*. On peut donc dire que le *rayon terrestre principal*, c'est-à-dire le rayon fictif qui, à lui tout seul, donnerait *à peu près* les mêmes effets que l'ensemble des rayons qui viennent de tous les points du sol, doit être dans un plan de profil vertical *xy*, perpendiculaire sur la face *mn* de l'édifice.

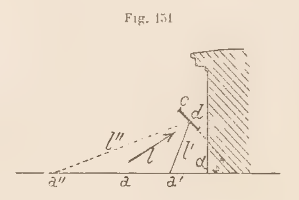
Fig. 150.



Quel angle, avec le plan horizontal, fait-il dans ce plan? Pour nous en rendre compte, faisons une coupe verticale sur l'édifice (fig. 151).

Un petit élément plan *cd*, incliné à l'angle α, reçoit de la lumière d'une infinité de points, tels que a', a, a''... situés à des distances l', l, l''... Ces points lui envoient de la lumière dont l'éclairement varie : 1° avec l'angle d'incidence ; 2° avec la distance (loi de l'inverse du carré de la distance). En combinant tous ces effets, il sera facile de reconnaître :

Fig. 151

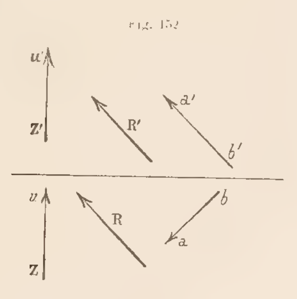


1° Que l'élément *cd* sera plus éclairé quand il sera près du sol que quand il en sera loin ;

2° Qu'il sera éclairé au maximum quand il fera avec le sol un certain angle α, que le calcul pourrait déterminer. Le rayon de reflet maximum dû au sol, c'est-à-dire ce que nous nommerons le *rayon terrestre principal*, sera pris normal au plan *cd*, dans la position précédente, répondant à cet angle α d'éclairement maximum. Son angle avec le sol sera donc $90° - \alpha$.

(*b*) *Combinaison des reflets du sol et des rayons atmosphériques. — Rayon aéro-terrestre principal.* — Combinons (fig. 152) les reflets du sol représentés par le rayon terrestre $Zu - Z'u'$, situé dans un plan de profil Zu et dirigé de bas en haut, avec le rayon atmosphérique principal représenté par $ba - b'a'$ (dans l'hypothèse du rayon à 45°). Le premier est plus intense que le second, et on pourra les réunir en un seul RR′ que nous nommerons le rayon *aéro-terrestre principal*. On le prend ordinairement, en architecture, dirigé suivant une diagonale du cube de lumière, mais ce n'est pas celle qui est directement opposée aux rayons solaires. On prend le *rayon aéro-terrestre* incliné à 45°, dirigé de droite à gauche, de bas en haut et d'arrière en avant. Les projections d'un de ces rayons seraient les droites R et R′ (fig. 152, page suivante).

(*c*) *Remarque.* — Il est bien entendu que ce rayon aéro-terrestre n'est que conventionnel ; c'est un rayon qui, pris seul, éclairerait les ombres *à peu près* comme le font tous



les rayons de reflets qui viennent dans toutes les directions, avec des intensités variables. Il faudra bien se garder de lui donner des propriétés ombrantes. (Voir plus loin *f*, contre-ombres.)

(*d*) *Conséquences.* — 1° Dans un dessin d'architecture, représentant la façade ou la coupe d'un édifice, toutes les ombres doivent être plus claires en bas de l'édifice qu'en haut, comme étant plus près de la source principale des reflets, qui est le sol.

2° Les moulures qui, dans l'ombre, sont tournées du côté du sol doivent être moins noires que celles qui sont tournées du côté du ciel. Plus généralement, le point le plus clair d'une moulure placée dans l'ombre est celui pour lequel le rayon aéro-terrestre lui est normal.

(*f*) *Contre-ombres.* — Les reflets du sol sont quelquefois assez intenses pour produire des ombres dans les ombres. On nomme ces dernières des *contre-ombres.* On ne les trace que dans les ombres portées en les supposant produites par le rayon aéro-terrestre principal, tel que nous venons de le définir. Seulement, il ne convient pas de donner à ces contre-ombres des contours aussi définis qu'aux ombres directes, ni de les prolonger aussi loin. En effet, les reflets qui viennent de tous les points du sol produisent des pénombres très considérables qui font que les contre-ombres disparaissent à très petite distance des objets qui les portent et que leurs contours s'estompent très rapidement. On fait ordinairement les contre-ombres à l'aide de teintes très rapidement adoucies ou fondues. (Voir plus loin fig. 158 et n° **114** *e*, lavis d'un entablement.)

110. Rendu des murs et des surfaces planes de front. — Un porche avec escalier (fig. 153. Ecole Polytechnique, 1er exercice de lavis).

Nous donnons cet exemple comme application du principe des distances : le fragment d'édifice représenté ne comporte que des plans de front situés à des distances différentes.

Le dessin sera exécuté sur une feuille 1/4 grand aigle (cadre $240^{mm} \times 400^{mm}$, marge 40^{mm}) à une échelle qui sera le double de celle du croquis ci-joint, c'est-à-dire de $0^m,04$ pour 1 mètre. Voici la marche à suivre.

(*a*) *Dessin.* — Dessiner les arêtes à l'encre, avant de commencer le lavis (trait assez gros d'encre de Chine). Tracer les lignes d'ombre, les filets de lumière et les filets de reflet au crayon (n° 3, trait fin). — Le rayon lumineux direct est incliné à 45° suivant l'usage.

(*b*) *Ombres.* — Préparer dans un godet la teinte d'ombre (teinte d'encre de Chine, gris peu foncé, transparence 2/3) et passer cette teinte sur toutes les surfaces dans l'ombre, sans exception. Au préalable donner un coup d'éponge ; tamponner fortement la feuille avec un linge bien sec et passer la teinte tandis que le papier garde encore un certain degré d'humidité, sans cependant être mouillé. — Ne ménager avec cette teinte aucun filet de reflet. Ces derniers n'apparaîtront qu'avec les teintes d'ombres portées et de contre-ombres.

(*c*) *Teintes locales.* — Il n'y aura qu'une seule teinte locale devant figurer la pierre. Prendre soit une teinte légère d'ocre jaune mêlé d'un peu de carmin, soit une teinte légère d'encre de Chine, si l'on fait le lavis en camaïeu. Passer cette teinte sur toutes les surfaces, qu'elles soient dans l'ombre ou dans la lumière, qu'elles soient en premier ou en second plan. — Ménager tous les filets de lumière dans les premiers plans (N, N). Ne pas les ménager dans les seconds plans (M, M). Ne pas s'occuper encore des filets de reflet dans les ombres.

Pour faire avancer les premiers plans et les détacher en clair, passer un glacis (teinte extrêmement faible d'encre de Chine) sur les seconds plans tels que M et M' ; en passant ce glacis, ménager alors les filets de lumière du second plan. Nous rappelons que le principe des distances, qu'il faut observer, est le suivant.

(*d*) *Principe.* — Toute surface dans la lumière, si sa teinte locale est claire, doit être d'autant plus claire qu'elle est plus près de l'œil. Si sa teinte locale était foncée de sa nature (ardoise, fonte, granit...) ce serait le contraire. On suppose ici que la pierre est d'un ton naturel jaune clair.

Les filets de lumière se ménagent sur les arêtes supérieures et sur celles de gauche des surfaces éclairées. Les filets de reflet se placent sur les arêtes inférieures et sur les arêtes de droite des surfaces dans l'ombre, c'est-à-dire sur les arêtes qui porteraient ombre si elles étaient éclairées.

(*e*) *Ombres portées.* — *Principe.* — Toute surface dans l'ombre est d'autant plus noire : 1° qu'elle est plus près de l'œil ; 2° qu'elle est plus loin du sol, qui est la source principale des reflets ; 3° qu'elle est plus étroite et qu'elle se détache sur un fond plus clair. (Effets d'irradiation et de contraste.)

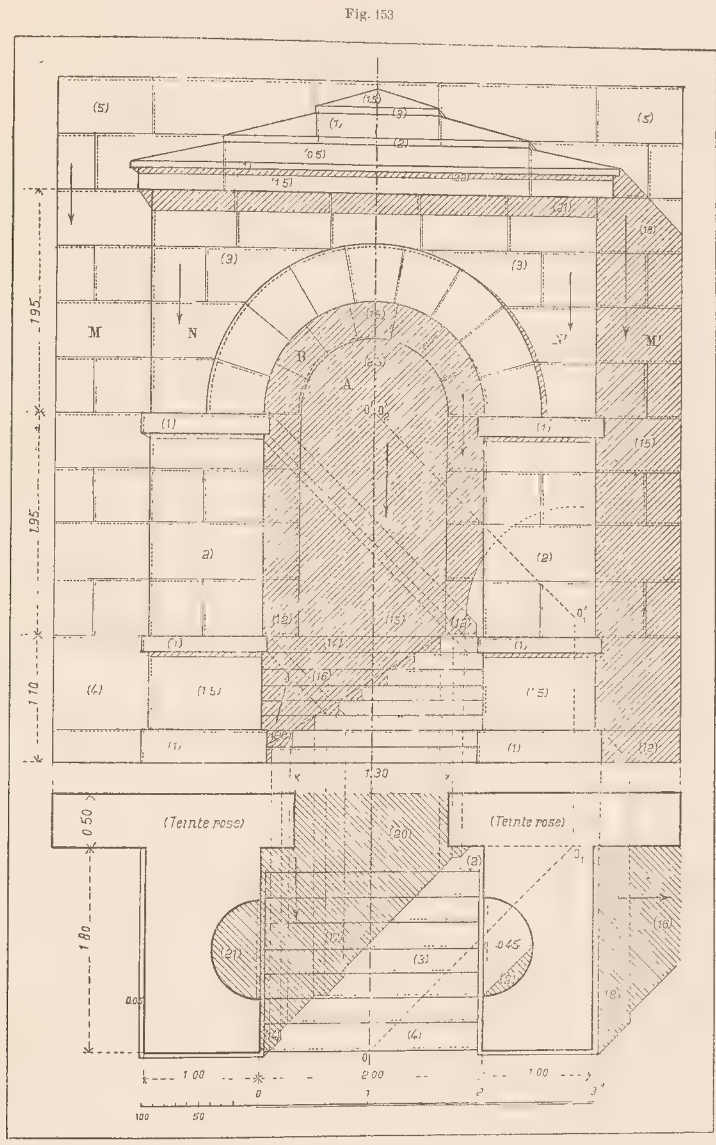
En conséquence : 1° Les teintes d'ombre du second plan

M et M′ seront plus claires que celles du premier plan N ;

2° Les grandes ombres verticales, telles que A, B et M′, seront dégradées de haut en bas.

(*f*) *Exécution.* — Prendre une teinte de contre-ombre, plus foncée que la première teinte générale d'ombre et la passer, *en ménageant alors* les filets de reflets. Pour faciliter l'exécu-

Fig. 153



tion du lavis nous avons, sur le croquis ci-joint, donné les indications suivantes.

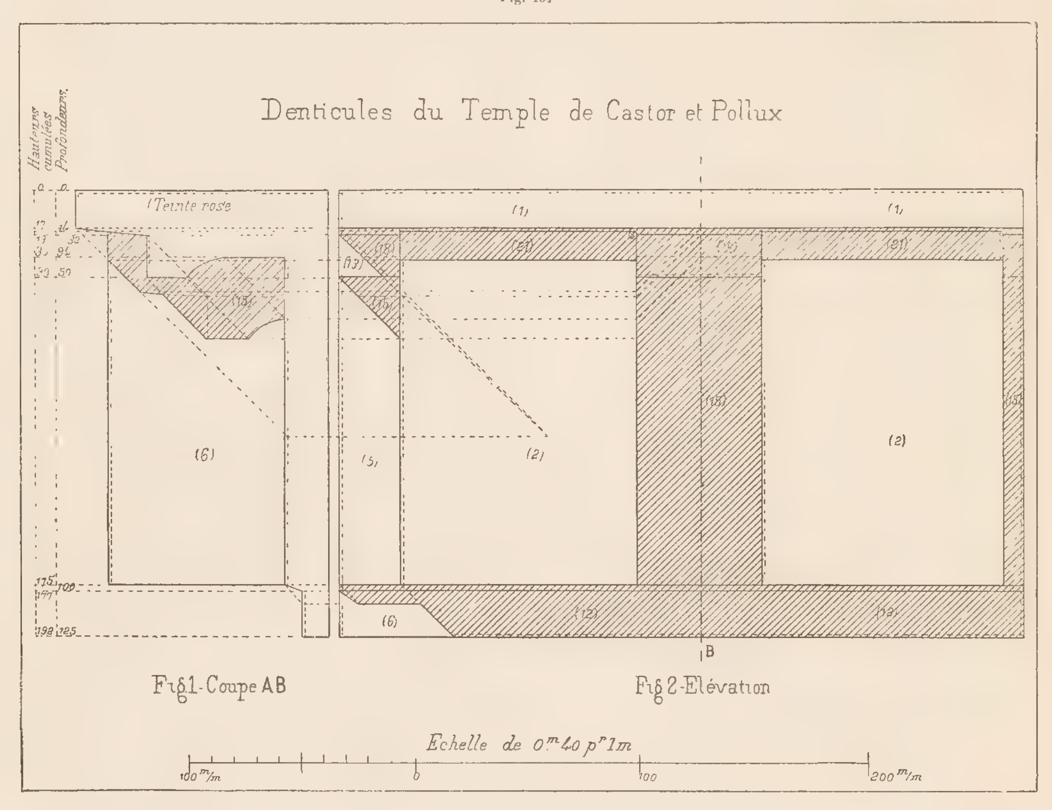
1° Les flèches indiquent le sens de la dégradation des teintes. La pointe se dirigeant vers la partie la plus claire ;

2° Les numéros placés, entre parenthèses, sur les divers points du croquis, indiquent d'une manière approchée les

intensités des teintes qui doivent recouvrir les surfaces situées autour de ces points.

Ainsi, par exemple, (1) indique une teinte très légère, presque de l'eau pure — (12) une teinte moyenne entre le blanc et le noir absolus — (21, 22) un gris très intense — (25) une teinte presque noire.

Fig. 154



111. Autre application. Les Denticules (fig. 154).

Ce fragment d'architecture fait partie de la collection des modèles en plâtre que possèdent tous les établissements universitaires de France. Les dimensions sont données, en millimètres, sur le croquis ci-joint. Les numéros entre parenthèses (1), (2)... (15), ont la même signification que pour l'exercice précédent; ils indiquent, *approximativement*, les valeurs relatives à attribuer aux teintes du rendu.

§ II. — Moulures cylindriques

112. Rendu des moulures cylindriques (fig. 154, 155, 156, 157. — Ecole Polytechnique, 2e exercice de lavis).

(*a*) *Traits.* — Les dimensions sont données, en millimètres, sur les croquis ci-joints. Les chiffres tels que 1, 2..., marqués sur les côtés, entre deux lignes verticales, sont des nombres proportionnels qui indiquent les proportions, en hauteur, des différentes parties.

Les petits triangles rectangles dessinés sur le côté des moulures indiquent, par leurs hypoténuses, la pente générale des profils (lignes telles que AB, AB joignant le point saillant A au point rentrant B). Sur le croquis les profils sont, en général, inclinés à 3 de base pour 4 de hauteur. Le rayon lumineux est à 45° suivant l'usage.

Les lignes d'arêtes ou de contours seront tracées à l'encre

de Chine (trait de grosseur moyenne et pas très noir).

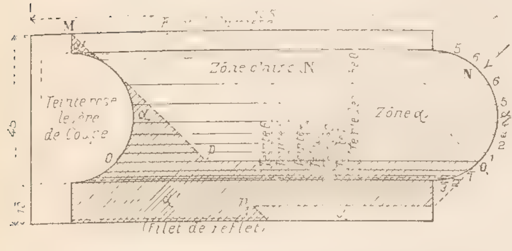
Les lignes d'ombres et les lignes de teintes seront faites au crayon (trait fin, crayon n° 3).

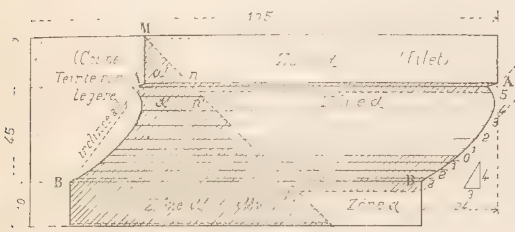
On tracera légèrement les lignes de teintes dans la lumière ainsi que les filets de lumière et de reflets. Les lignes situées dans les ombres propres ($\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$) et surtout dans les ombres portées, seront plus accusées. Le croquis ci-joint indique, d'ailleurs, toutes ces différences.

(*b*) *Tracé des lignes d'ombres et de teintes.* — La première moulure (baguette ou gorge) est formée par un demi-cylindre de révolution, plein ou creux. C'est à elle que l'on rapportera toutes les autres, en y comparant les orienta-

Fig. 154

Moulures droites, à profils simples.
Baguette — Quart de rond — Cavet.





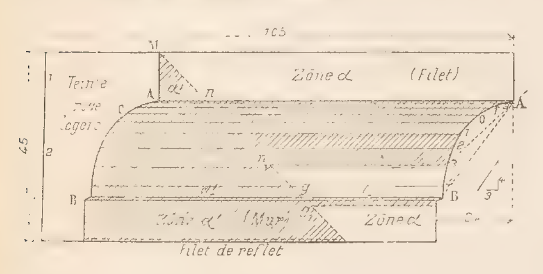
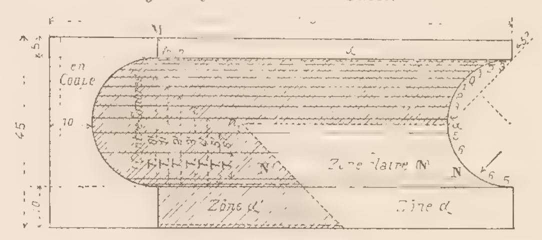
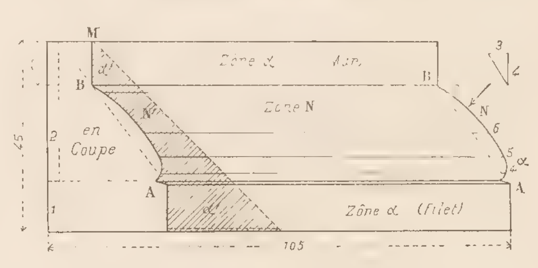
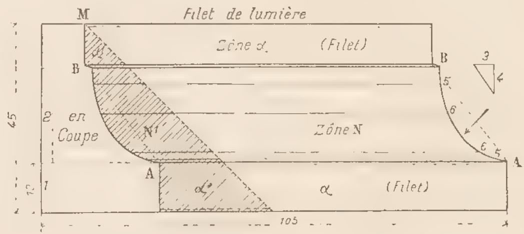


Fig. 155

Moulures renversées, à profils simples.
Gorge — Quart de rond — Cavet.







tions des plans tangents. On suppose que les moulures sont en pierre dépolie. Un cylindre de révolution, circonscrit à une sphère dépolie (Voir les surfaces dépolies) pourrait à la rigueur, ainsi que nous l'avons dit, ne se diviser qu'en 4 zones bien distinctes : 1° *Zone d'ombre propre*, commençant à la ligne n° 0 et comprenant les teintes négatives $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$ répondant au rayon lumineux tangent à 45°. — 2° *Zone claire* ou zone β, comprise entre les lignes 7, 7, ou à la rigueur 6, 6, répondant au rayon lumineux normal. — 3° *Zone saturée* ou zone α, comprise entre les teintes 4 et 5, et sur laquelle on doit trouver, dans toute sa pureté, la teinte locale de couleur de l'objet. Elle répond, par convention, à un plan tangent de front, c'est-à-dire à une tangente verticale menée en α aux profils. — 4° *Zone de transition* ou de demi-teinte, comprenant les lignes 2, 3, et qui serait recouverte d'une teinte grise, formant transition entre l'ombre et la couleur.

Pour des moulures dessinées à petite échelle, ces quatre zones suffiraient et trois teintes, savoir : (*a*) la teinte d'ombre, (*b*) la teinte de couleur, (*c*) la teinte de transition, permettraient d'en rendre le modelé.

Dans le cas actuel, l'échelle assez grande des dessins permet de se servir de 6 lignes de teintes.

On divisera d'abord les 2 premières moulures (baguette

et gorge). On pourra se servir, pour cela, de l'échelle A, corps dépolis.

Pour les autres on procédera comme il suit :

1° On mènera toutes les tangentes à 45°. Les contacts

Fig. 156

Moulures à profils composés. — Talon droit et talon renversé.

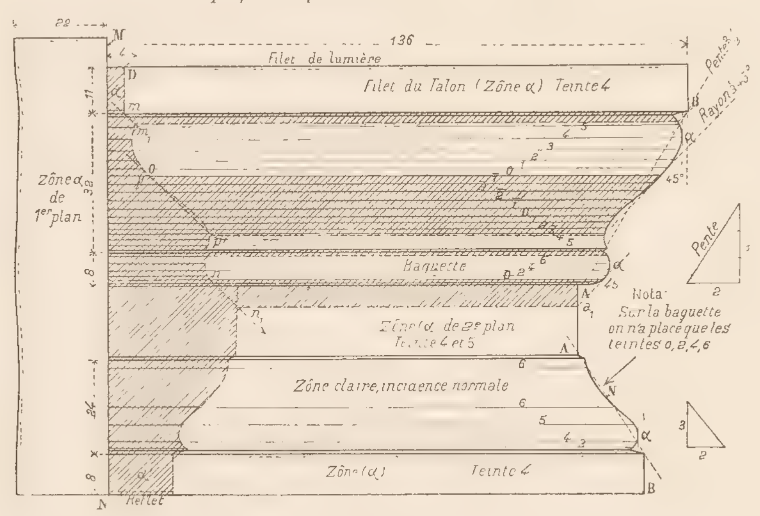
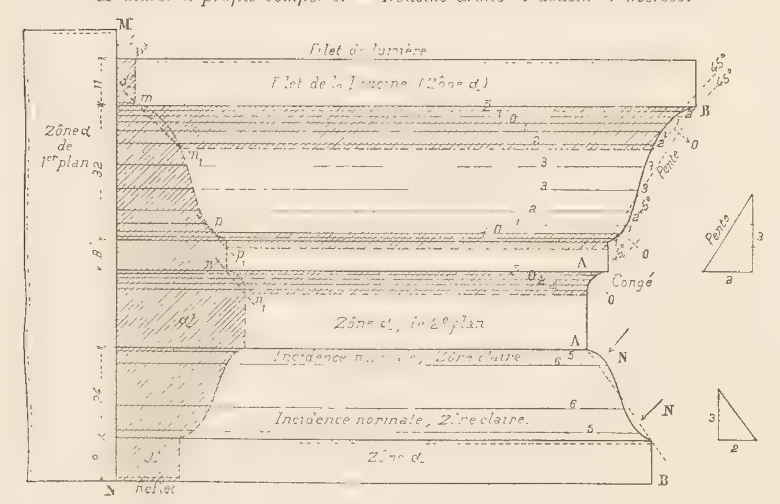


Fig. 157

Moulures à profils composés. — Doucine droite et doucine renversée.

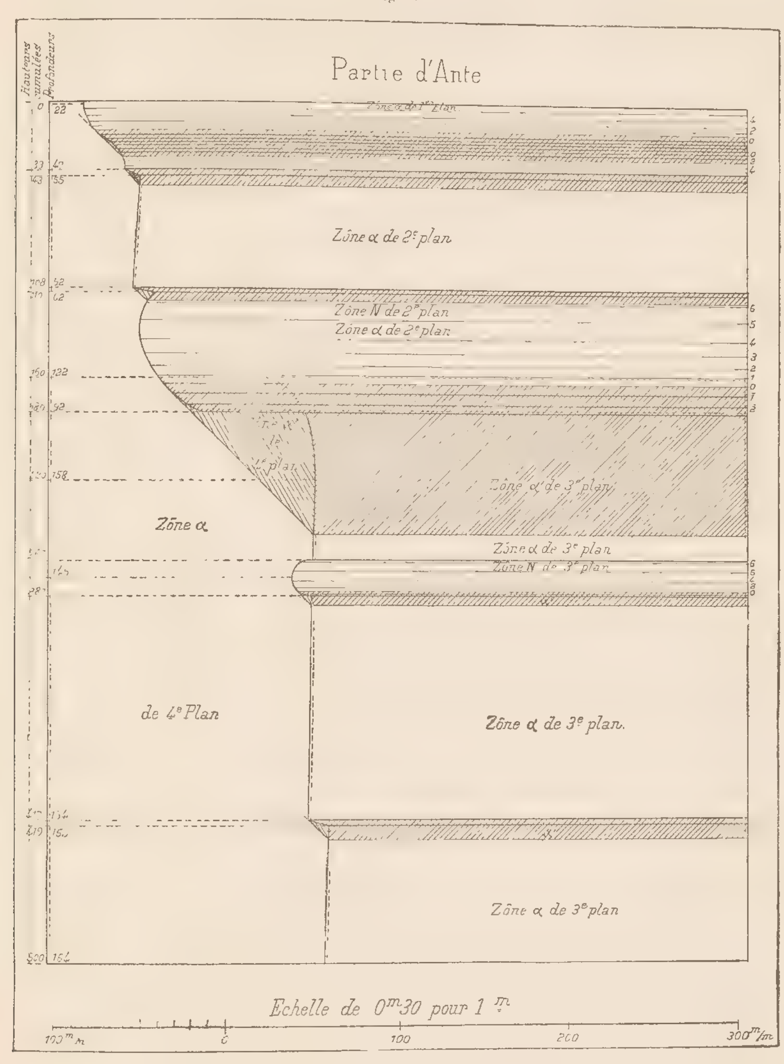


donneront les lignes n° 0. Les unes *réelles*, si le profil est convexe; les autres *virtuelles*, si le profil est concave. Ces dernières seront noyées dans une ombre portée par la moulure sur elle-même.

2° On mènera les tangentes verticales. Les points de contact, α, devront être compris entre les lignes n° 4 et n° 5. Entre 0 et α on placera donc, au jugé, les points 1, 2, 3, 4. De l'autre côté des points n° 0, on placera les points négatifs $\overline{1}$, $\overline{2}$, et s'il y a lieu $\overline{3}$.

3° On tracera les normales à 45° (s'il y en a). Les points

Fig. 158



d'incidence normale seront les centres approchés des zones claires 6, 6.

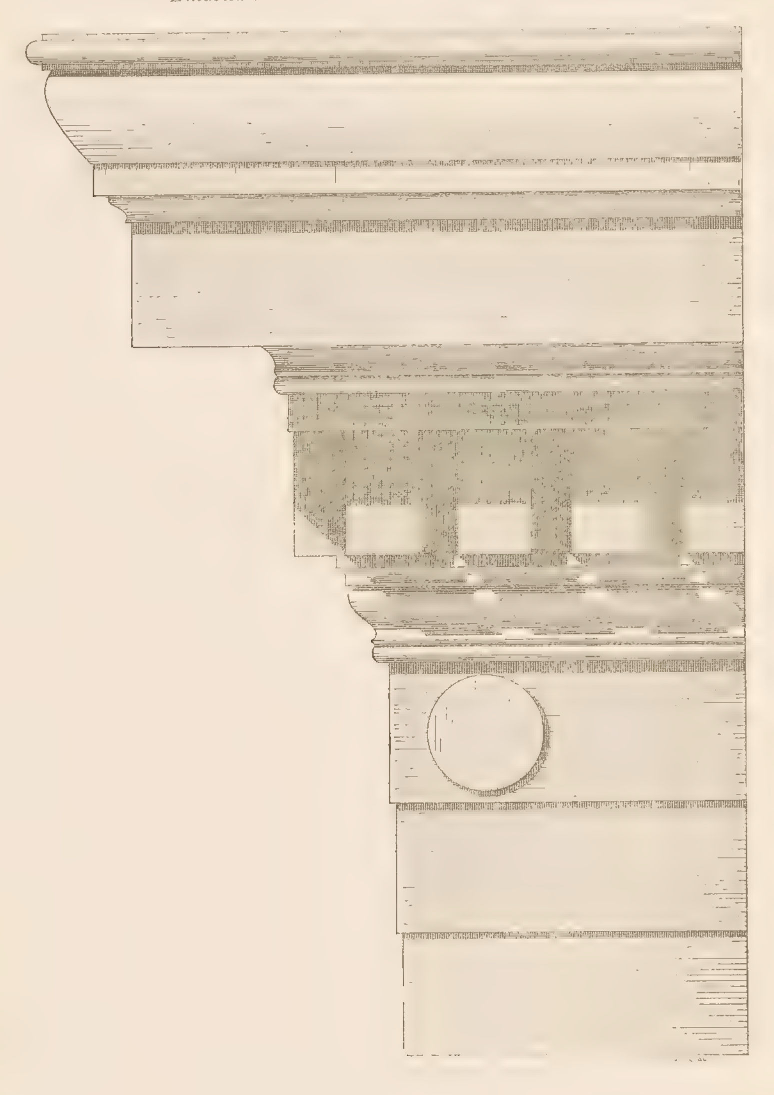
(c) *Exécution du Lavis.* — (Voir plus haut, pratique du Lavis ; d'ailleurs les flèches indiquées sur la baguette et sur la gorge indiquent l'ordre de passage des teintes.) — Pour les ombres portées, ne pas oublier ce principe. Une zone dans l'ombre portée doit être d'autant plus foncée qu'elle eût été plus claire sans l'existence de l'ombre portée.

(d) *Observations.* — 1° La première teinte d'ombre, dite

teinte d'ébauche, se passe sur toutes les ombres indifféremment (ombres propres et ombres portées) sans ménager les

FIG. [illegible]

Entablement de la tribune des cariatides, à Athènes.



filets de reflets, lesquels n'apparaîtront qu'avec les teintes d'ombres portées, 6′, 5′, etc.

2° Les premières teintes, 0, 1, 2, 3, 4, sont des teintes faites avec de l'encre de Chine ou avec la couleur qui doit rendre les effets de l'ombre ; elles sont de plus en plus faibles. La dernière doit être très légère.

Les teintes 5 et 6 sont des teintes de couleur (ocre jaune très dilué et un peu de carmin).

(*e*) *Nota.* — Ces teintes (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6), qui, dans les lumières et dans les ombres propres, se passent en empiétant successivement les unes sur les autres, doivent, *toutes*, recouvrir en entier les ombres portées.

3° Les teintes d'ombres portées, 6′, 5′, 4′, ... sur les cylindres, se passent en recouvrement les unes sur les autres et exclusivement dans les ombres portées. Aucune d'elles ne doit atteindre de ligne négative. La dernière vient se limiter à la ligne n° 0.

4° Les ombres portées sur les surfaces planes se font en dernier lieu et par une seule teinte, composée exprès, de manière à donner à ces surfaces planes l'intensité des zones qui, sur les cylindres, ont les mêmes orientations qu'elles. C'est alors que l'on ménage les filets de reflets et que l'on tient compte, dans une certaine mesure, des effets de distance.

5° On ne doit mettre aucun trait de force.

113. Application. Partie d'ante (fig. 158).

Une *ante*, dans l'architecture grecque à laquelle est emprunté cet exemple, est une sorte de chapiteau destiné à couronner un *pilastre*. Le fragment d'architecture, dont le croquis est ci-joint, fait partie de la collection des modèles des établissements universitaires. On exécutera le lavis en se conformant aux explications données pour les moulures, explications qui sont, d'ailleurs, résumées graphiquement sur le croquis.

114. Application. — Entablement de la tribune des cariatides, à Athènes (fig. 159). — **Rendu à l'effet, à teintes plates ou à teintes fondues.**

(*a*) *Teinte de pierre.* — Cette teinte doit avoir une couleur en rapport avec la nature de la pierre. Quelques aquarelles, exécutées d'après nature, en apprendront plus sur ce point que tout ce que l'on pourrait dire. Néanmoins, pour le fragment en question, qui est en marbre pentélique, d'une coloration jaune doré très prononcée, on rendra l'effet par une teinte d'ocre jaune additionnée de terre de Sienne brûlée ou de pierre de fiel. On passera cette teinte en la dégradant de haut en bas, c'est-à-dire en la tenant plus intense à la partie supérieure. On aura soin de ménager en blanc les filets de lumière sur les arêtes éclairées. On ménagera aussi et même d'une façon un peu heurtée, cela n'a pas d'inconvénient avec la couleur jaune, toutes les zones éclairées des moulures (zones 7, 7), à la condition, toutefois, qu'elles soient en lumière, car nous savons que, si elles sont dans l'ombre, loin d'être les plus éclairées, elles seront les plus obscures.

(*b*) *Teinte générale d'ombre, ou teinte d'ébauche.* — On lui donnera le ton voulu pour être en rapport avec la teinte de pierre. C'est encore l'étude d'après nature qui permettra de bien choisir le ton des ombres. Dans le cas actuel, on fera bien de prendre l'encre de Chine pour fond des teintes d'ombres, mais on pourra lui donner une couleur plus légère et, en quelque sorte, plus aérienne, en y ajoutant un peu de laque carminée et de bleu de cobalt. Cette teinte sera passée, *sans faire aucune réserve de filets de reflets*, sur toutes les ombres, propres ou portées, sans distinction. On la commence à la partie supérieure du dessin, on la descend et, tout en la descendant, on la dégrade en y ajoutant peu à peu de l'eau.

Cette teinte d'ébauche ne doit pas être très forte. Elle doit posséder le ton que l'on veut attribuer, dans les ombres, aux parties les plus en reflet. Ces parties sont les dessous des talons, l'ombre propre des baguettes, etc..., en un mot toutes les zones négatives $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$, $\overline{4}$... des moulures.

(*c*) *Modelé des moulures.* — On s'occupe alors du rendu des moulures avant de songer au rendu des surfaces planes, parce que, en chaque point, ce sera la moulure qui s'y trouve qui donnera la valeur de la teinte à appliquer sur les plans qui sont aux environs (Voir plus haut n° 108).

Nous avons appris à laver les moulures à teintes plates, ce qui nous renseigne sur l'effet à obtenir dans le cas où l'on opérerait à teintes fondues ou adoucies (Voir pratique du Lavis). On observera bien le principe des ombres portées.

(*d*) *Tons locaux des surfaces planes.* — Nous trouvons des surfaces planes à différentes hauteurs et à différentes profondeurs, mais nous avons toujours une ou deux moulures placées à côté d'elles, soit au-dessus, soit au-dessous, et qui ont été terminées, comme lavis, dans l'opération précédente.

On sera donc fixé sur le ton, soit d'ombre, soit de couleur, qui convient à ces plans, en cherchant sur les moulures le ton de la zone de même orientation. Ici ce sera pour tous les plans la zone des plans de front ou zone α, soit dans la lumière, soit dans l'ombre ; mais, s'il y avait eu des plans inclinés, on aurait trouvé, comme analogues, d'autres zones sur les moulures. Une fois l'analogie d'orientation reconnue, on place sur les plans les teintes voulues pour qu'il y ait concordance d'intensité. C'est ce que nous avons appelé plus haut (n° 108) la *mise à l'unisson* des plans avec les surfaces. Ces teintes sont passées *en réserve*, c'est-à-dire en ménageant les filets de reflets sur les arêtes qui regardent le rayon aéro-terrestre.

(*e*) *Contre-ombres.* — On se rappelle que ce sont les ombres portées dans les ombres par le rayon aéro-terrestre. On les voit, à gauche des denticules, où elles s'accusent par des lignes à 45°, issues des angles inférieurs. Nous avons recommandé (n° 109-*f*) de les faire à teintes rapidement fondues, en plaçant la partie la plus noire immédiatement à côté de la partie qui porte contre-ombre.

(*f*) *Retouches.* — Le lavis général une fois fini, il est utile, pour augmenter l'effet produit, de revenir avec de la teinte de couleur ou de la teinte d'ombre sur certaines parties, soit pour les faire tourner davantage, soit pour les faire avancer ou reculer.

On fait *avancer* les parties en lumière en y plaçant quelques tons plus chauds, c'est-à-dire plus jaunes ou plus rouges ; on fait avancer les parties dans l'ombre en forçant la teinte d'ombre et même en la colorant de bistre (Sépia et terre de Sienne brûlée).

On fait *reculer* les plans en y passant des teintes très légères, bleuâtres ou neutres. On nomme ces teintes des *glacis*.

On fait également avancer une partie de l'édifice en la *faisant* davantage, c'est-à-dire en y plaçant plus de détails et en rendant avec plus de recherche l'effet de ces détails. On la fait reculer en la laissant un peu dans le vague, à la fois, comme dessin et comme lavis.

§ III. — Moulures de révolution.

115. Rendu des moulures annulaires.

Si l'on fait tourner autour d'un axe l'un des profils de moulures étudiés ci-dessus on engendre des surfaces de révolution qui constituent ce que l'on nomme des *moulures annulaires ou de révolution.*

La figure 160 représente, en haut, un talon annulaire

Fig. 160

(*Talon annulaire droit*).

Talon annulaire renversé.

Fig. 161

Doucine annulaire (droite).

Doucine annulaire (renversée).

droit et, en bas, un autre renversé. La figure 161 reproduit une doucine annulaire dans les deux positions, droite ou renversée.

Les ombres portées ne sont pas indiquées ; on les tracera comme il a été dit aux ombres usuelles.

Ces moulures se rencontrent dans les colonnes, dans les vases, dans les balustres, etc...

Nous avons mené aux profils les tangentes verticales aux points marqués α, α, ... et, le long des parallèles qui répondent à ces points, on a pu circonscrire des cylindres verticaux (Echelle A, page 66).

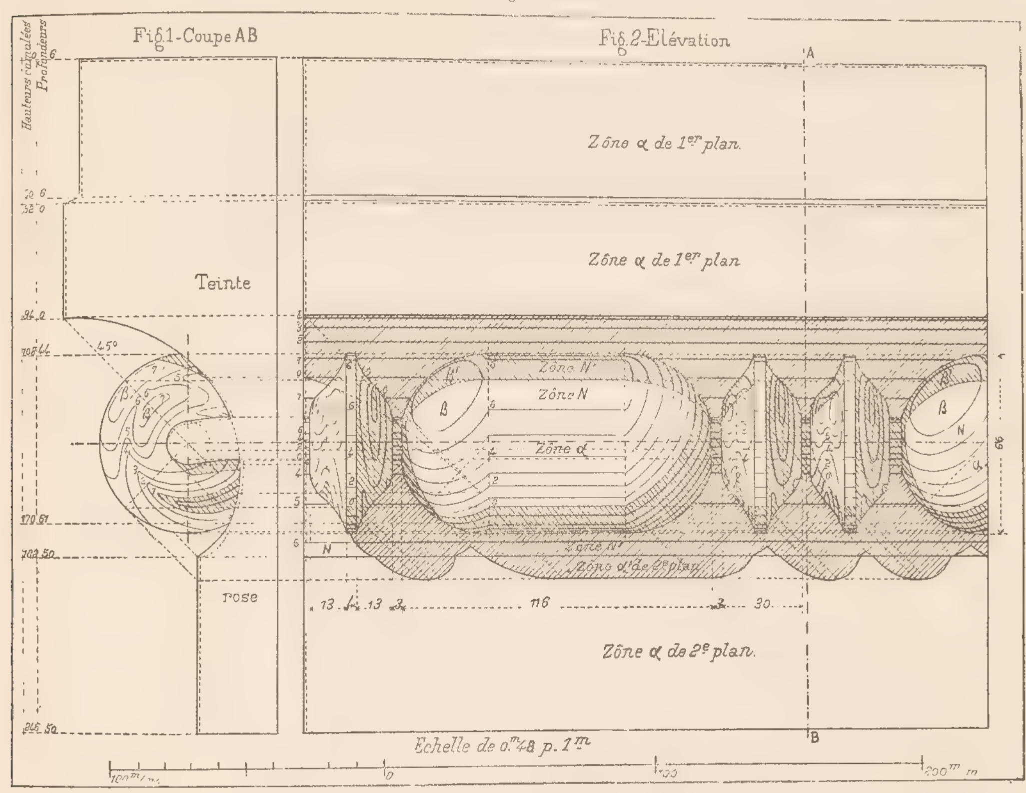
Nous avons donc appliqué sur tous ces parallèles l'échelle A (corps dépolis), et cela nous a suffi pour tracer les lignes de teintes. D'ailleurs, sur les méridiens de front et de profil, nous avons placé les numéros comme nous aurions fait sur les moulures cylindriques. (V. plus haut fig. 156 et 157).

On aura toujours soin, dans un cas analogue, de mener

aux profils les tangentes à 45°, ce qui donne des points zéro de contour apparent, et de commencer par tracer les séparatrices d'ombre propre (Lignes n° 0) réelles ou virtuelles. Le lecteur fera bien d'exécuter le lavis de ces moulures, une première fois à teintes plates et une seconde fois à teintes fondues.

116. Première application. — Perles et pirouettes (1) (fig. 162. — Collection des modèles officiels du Ministère de l'Instruction publique). — Ces ornements s'appliquent à la moulure que nous avons désignée sous le nom de baguette (v. plus haut fig. 154). Les *perles* sont constituées par des cylindres terminés à chaque extrémité par une

Fig. 162



demi-sphère. Les *pirouettes* ont pour profil une doucine.

Pour cette application, comme pour toutes celles qui vont suivre, le croquis est assez explicite pour qu'il soit inutile de donner des explications écrites.

117. Deuxième application. — Vase cratère (fig. 163. — Collection des modèles officiels du Ministère de l'Instruction publique). — Ce vase est tiré, comme le suivant (Amphore), de la collection des vases grecs du Musée du Louvre. Toutes les moulures ou surfaces qu'il comporte ont été étudiées plus haut, comme ombres et comme rendu. On remarquera que les anses sont soudées à la panse mais sans se raccorder ; c'est pourquoi il y a sur les intersections de la panse et des anses une interruption brusque entre les lignes de teintes ; il en est de même à l'intersection de la partie conique du vase et de sa panse.

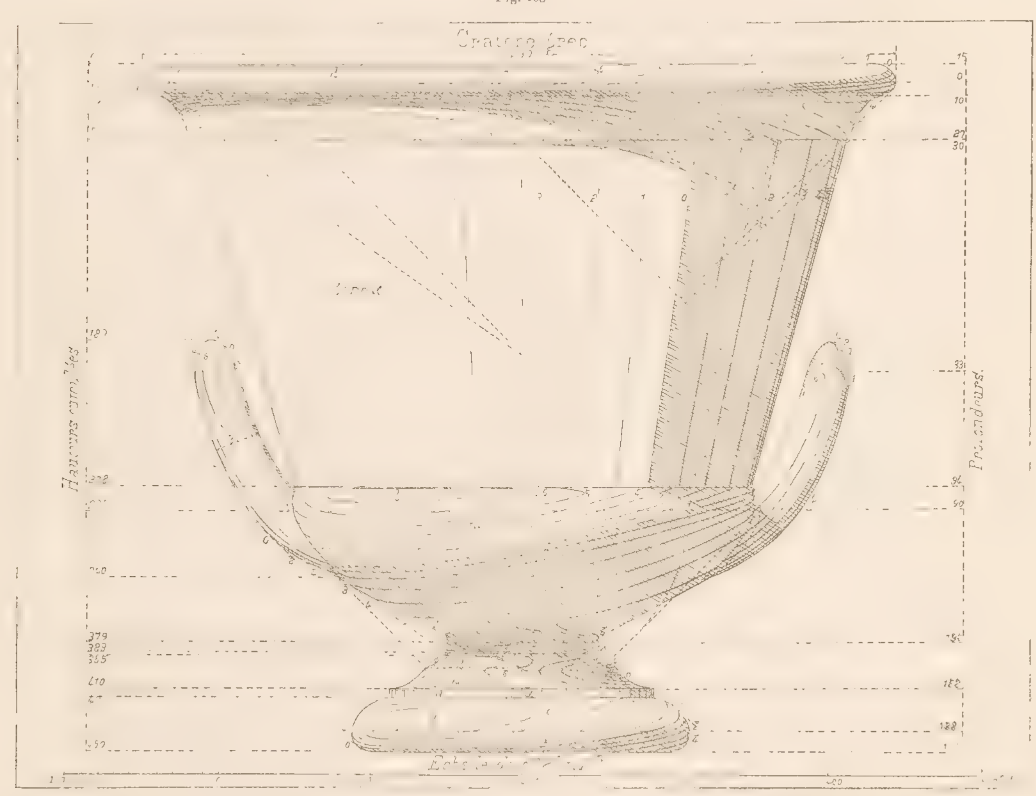
118. 3e Application : Amphore grecque (fig. 164. Collection des modèles officiels.) — Contrairement à ce qui a lieu pour le vase cratère, les anses et les deux parties de la panse se raccordent entre elles. C'est pourquoi il n'y a pas

(1) Cette planche, ainsi que beaucoup de celles que nous donnons plus loin, sont empruntées aux cahiers de *dessin technique* de M. L. *Bécourt*. Nous remercions cet éminent Professeur ainsi que les Editeurs MM. Hachette et Cie de nous avoir autorisé à les reproduire dans la 3e édition de notre traité qu'elles enrichissent fort utilement.

discontinuité entre les lignes de teintes de ces diverses parties.

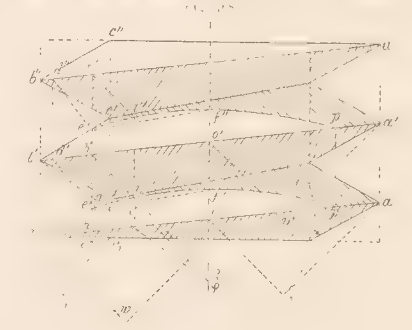
119. 4e Application : Piédestal et balustre (fig. 165). — Le croquis (page 96) a été, intentionnellement, simplifié comme tracé d'ombres, en ce qui regarde les ombres portées par le balustre sur les plans placés en arrière de lui et désignés par les mots : « zône α', de 2e plan et zône α' de 3e plan ». En réalité le balustre porterait ombre sur le premier de ces deux plans, et cette ombre ressauterait ensuite sur le second. Le lecteur qui voudra exécuter, en grand, ce lavis devra compléter le croquis ci-joint par une élévation et par un plan et déterminer ensuite les ombres, tout à fait rigoureusement.

Fig. 165



120. 5e Application : Chapiteau dorique romain et base attique (fig. 166 et 167, page 97).

Nota : Nous ne donnerons pas d'explications pour cet exercice. Les croquis sont suffisamment explicatifs.



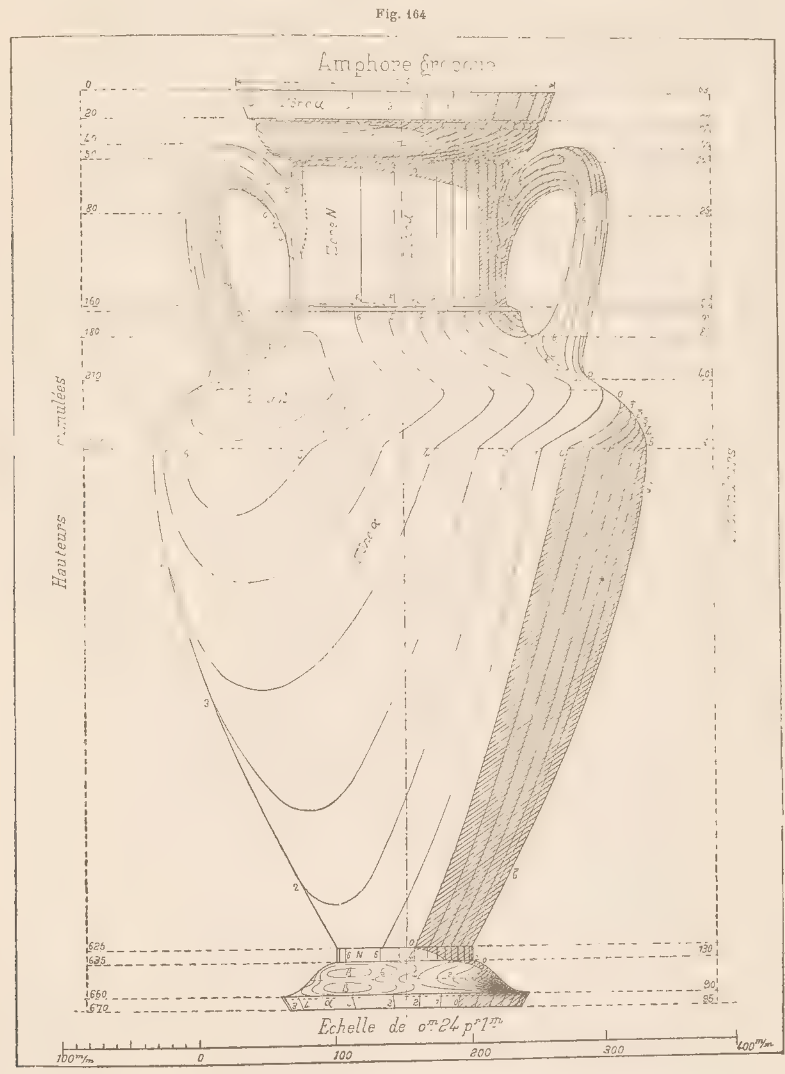
121. Vis à filets triangulaires (fig. 168).

(*a*) *Représentation.* — On adopte la représentation simplifiée qui consiste : 1° A prendre pour contours apparents de la surface le triangle équilatéral générateur dans ses deux positions de front, l'une à gauche, l'autre à droite. On sait que le véritable contour apparent serait une courbe à branches infinies dont les côtés du triangle générateur

seraient les asymptotes ; 2° A remplacer les sinusoïdes, qui seraient les véritables projections des hélices, par des lignes droites joignant les sommets analogues du triangle générateur.

(*b*) *Lignes de teintes.* — Ces simplifications reviennent, sensiblement, à substituer à l'hélicoïde de vis à filets triangulaires, deux cônes ayant pour base commune la ligne inclinée $b'a'$, c'est-à-dire une *ellipse* très peu différente d'un

Fig. 164



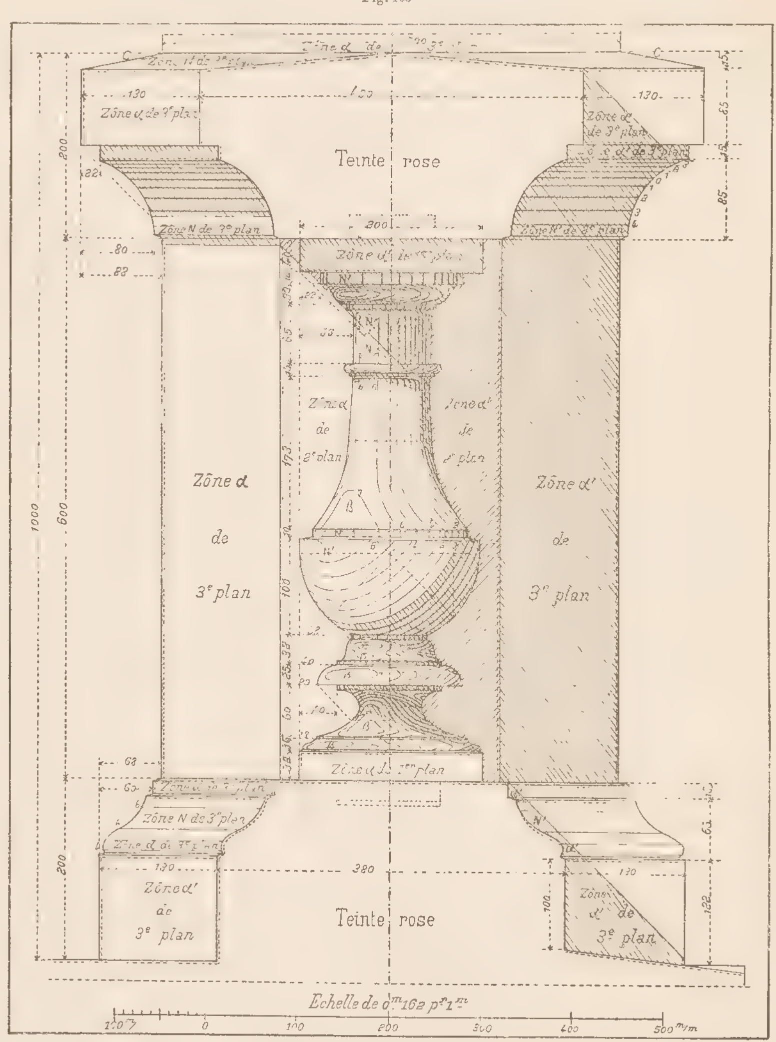
cercle, et dont les génératrices de contour apparent seraient inclinées à 60° sur l'axe. L'un de ces cônes aurait son sommet au-dessus de cette base inclinée et l'autre l'aurait au-dessous.

Quoique n'étant pas de révolution ces cônes auront leurs lignes de teintes sensiblement analogues à celles de cônes à 60° que l'on circonscrirait à la sphère type. (Le croquis ci-joint n'indique pas ces lignes teintes ; on devra les chercher et les tracer.)

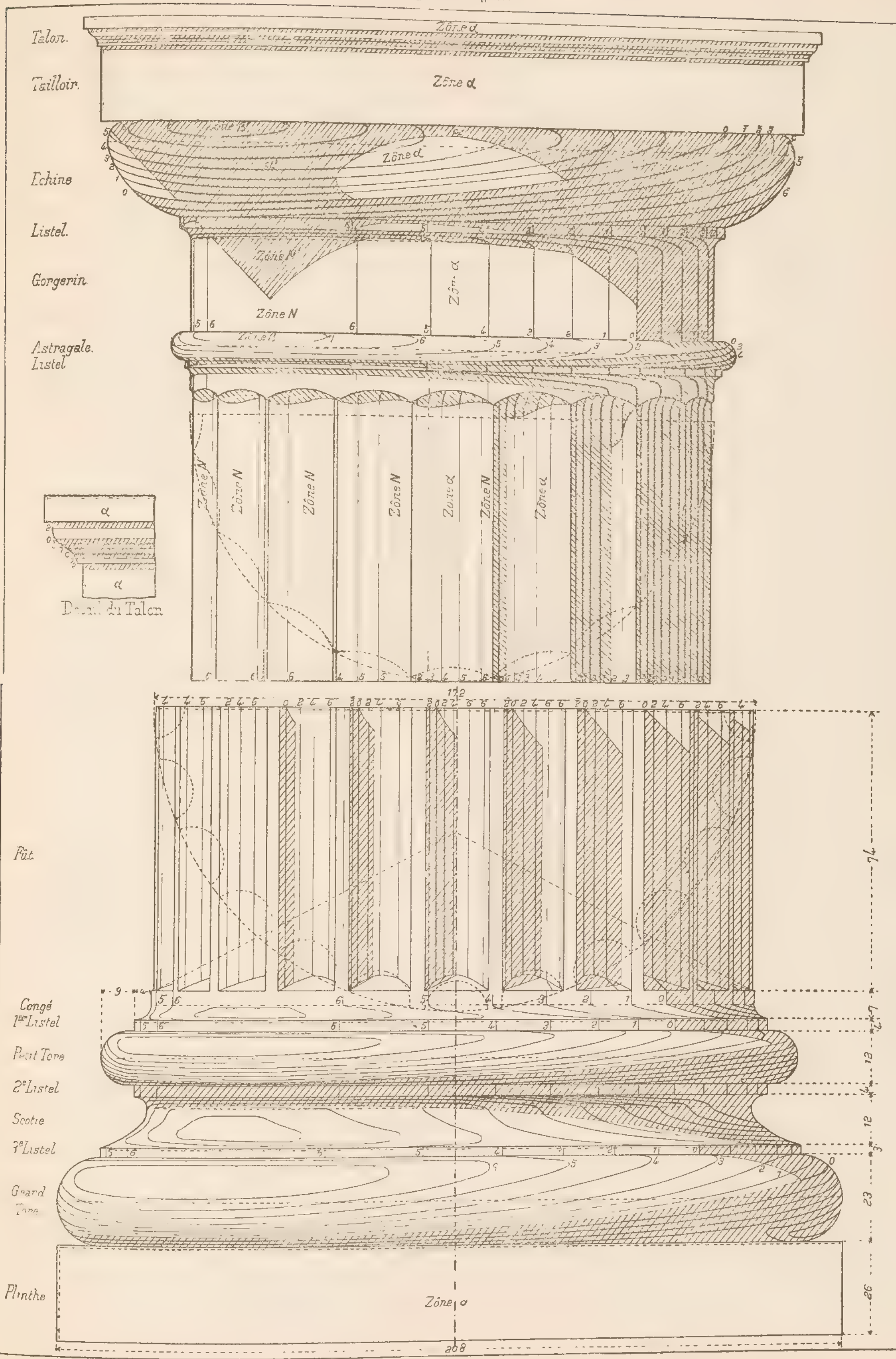
(*c*) *Ombres portées.* — La courbe $e'f'p$ est l'ombre portée

par l'hélice $b'a'$ (remplacée par une ellipse), sur l'hélicoïde de dessus (remplacé par un cône). Les points importants sont obtenus comme suit : 1° *Point limite* p, *sur la grande hélice*. Les cercles $ov — o'v'$ sont, *approximativement*, les ombres portées sur le mur fuyant à 45° par deux grandes hélices successives. Ils se rencontrent en un point p'_1, lequel est ramené à 45°, en p, sur l'hélice inférieure ba, 2° *Point le plus près* i''. Ce point est dans le méridien de

Fig. 165



symétrie à 45°. On amène, par une rotation hélicoïdale, ce méridien à être confondu avec le méridien principal $b'b$, c'est-à-dire avec le triangle générateur. Par b' on mène le rayon à l'angle φ, et on prend son intersection g'' avec le côté bg'' du triangle ; ce point est ensuite ramené en i'' par une rotation hélicoïdale inverse de 45°. En i'' la tangente est *sensiblement* parallèle à la petite hélice décrite par le sommet rentrant, etc., etc.


Talon.
Tailloir.
Échine
Listel.
Gorgerin
Astragale.
Listel
Zône α
Zône N
Détail du Talon
Fût
Congé
1er Listel
Petit Tore
2e Listel
Scotie
3e Listel
Grand Tore
Plinthe
172
74
12
23
26
208

CHAPITRE V

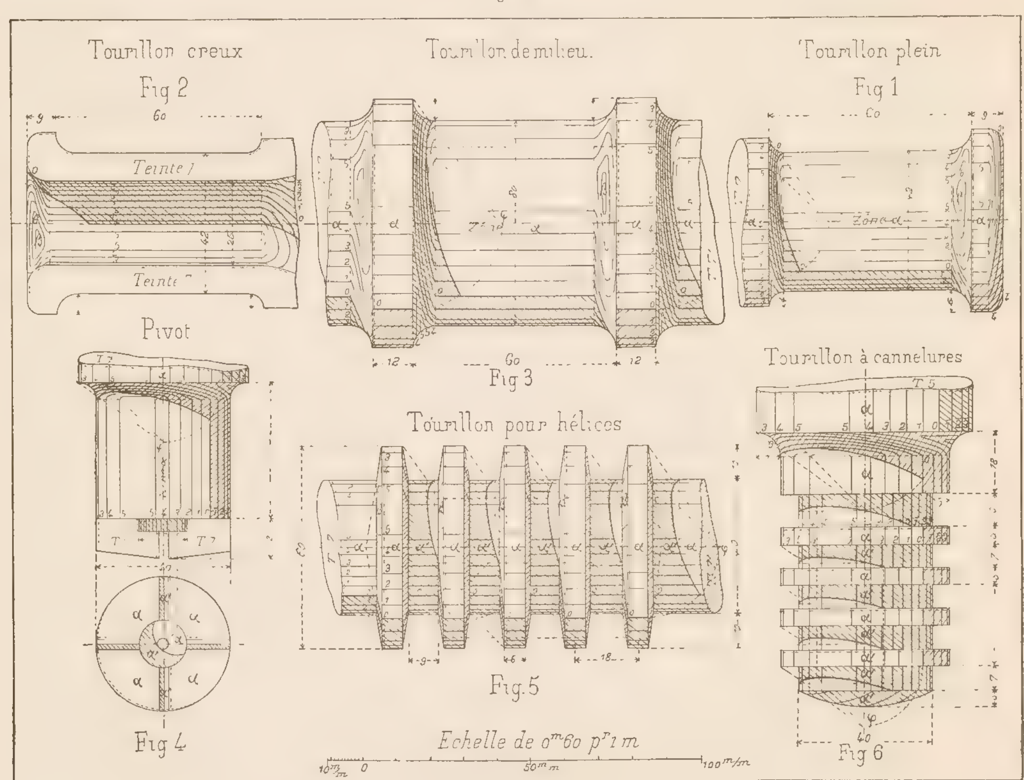
APPLICATIONS AU RENDU DANS LE DESSIN DE MACHINES

§ I. — Tourillons, vis et boulons

122. **Tourillons.** — La planche ci-contre (fig. 169), empruntée au *Dessin technique* de M. Bécourt, fait connaître :

a (fig. 1). — Un tourillon d'extrémité plein, pour arbre horizontal en fer.

Fig. 169



b (fig. 2). — Un tourillon d'extrémité, creux, pour arbre horizontal en fonte.

c (fig. 3). — Un tourillon de milieu.

d (fig. 5). — Un tourillon dit *à cannelures*, pour arbre d'hélice.

f (fig. 4). — Un pivot pour arbre vertical.

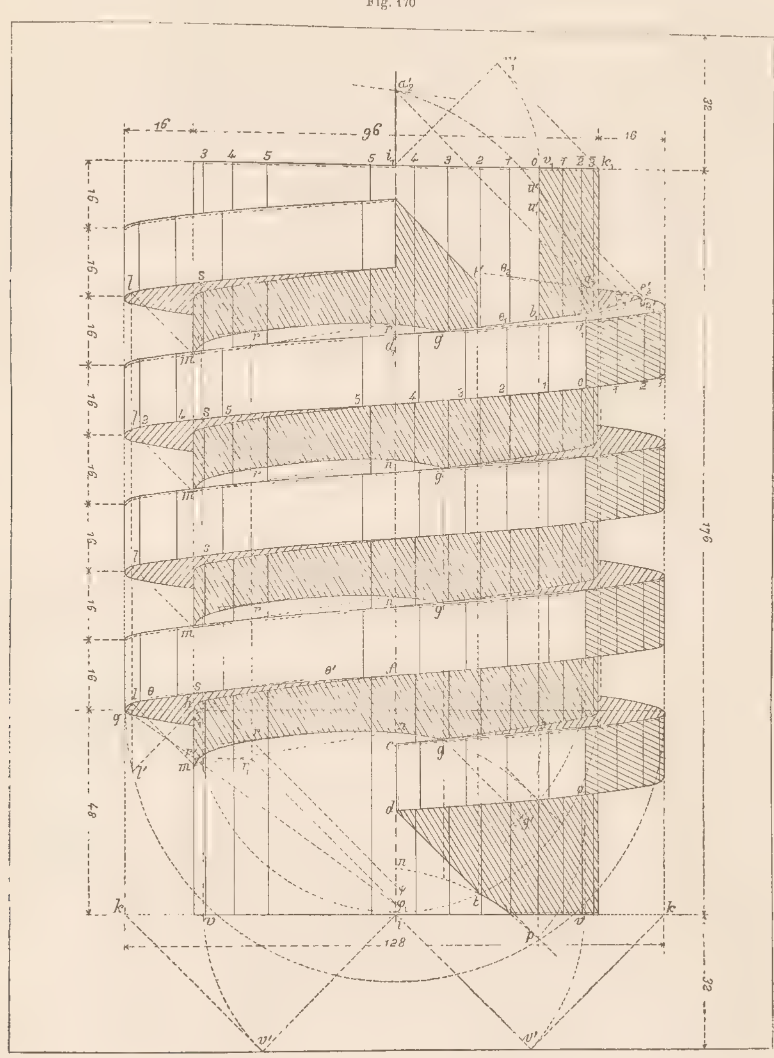
g (fig. 6). — Un pivot *à cannelures*, pour arbre vertical

très lourd. Les cannelures ont pour objet de répartir les butées (fig. 5) ou les poids (fig. 6) sur des étendues de coussinets aussi grandes qu'il est nécessaire.

Pour les ombres et pour le lavis se reporter à ce qui précède.

123. Vis à filets triangulaires (voir plus haut, nº 121).

Fig. 170



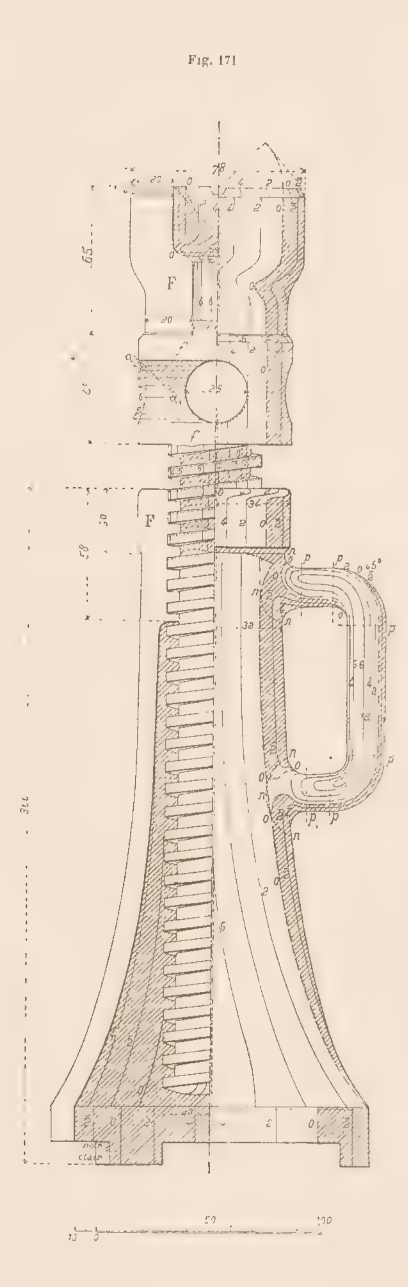
124. Vis à filets carrés.

(*a*) *Représentation* (fig. 170). — Le solide est engendré par la rotation hélicoïdale d'un carré. Les hélices sont, cette fois, rigoureusement représentées par des sinusoïdes.

(*b*) *Ombres.* — Les ombres diffèrent très peu de celles du listel saillant (v. nº 29). Cette assimilation suffit pour que le lecteur comprenne les tracés de la figure ci-jointe.

(*c*) *Lavis.* — Les parties cylindriques seront lavées comme à l'ordinaire. On prendra l'échelle des corps mi-polis. La surface hélicoïdale sera rendue à teintes fondues. Pour l'effet à produire voir plus loin (fig. 172), verin à vis.

Fig. 171



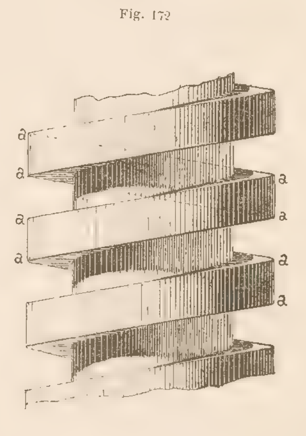
125. Un verin à vis, dit verin à bouteille (fig. 171).

(*a*) *Description et usage*. — Cet appareil sert à soulever de lourds fardeaux. On l'emploie assez souvent pour supporter les cintres des ponts, et pour les faire descendre lentement dans l'opération du décintrage.

La figure 171 donne, à droite, une demi-élévation et, à gauche, une demi-coupe. On remarquera cependant que, suivant un usage adopté en dessin de machines, la vis centrale n'est pas coupée, parce qu'elle est pleine. Cependant, on a coupé, par arrachement, la tête de cette vis pour montrer la forme exacte des cavités cylindriques dans lesquelles on introduit les barres de fer qui servent à la manœuvre.

(*b*) *Observations*. — 1° Le croquis étant à petite échelle, nous n'avons indiqué les lignes de teintes que de deux en deux (Teintes 0, 2, 4, 6); c'est même pour cela que nous avons été amenés à placer sur les cylindres une ligne n° 6, tandis que l'échelle A', des corps mi-polis, ne s'étend que

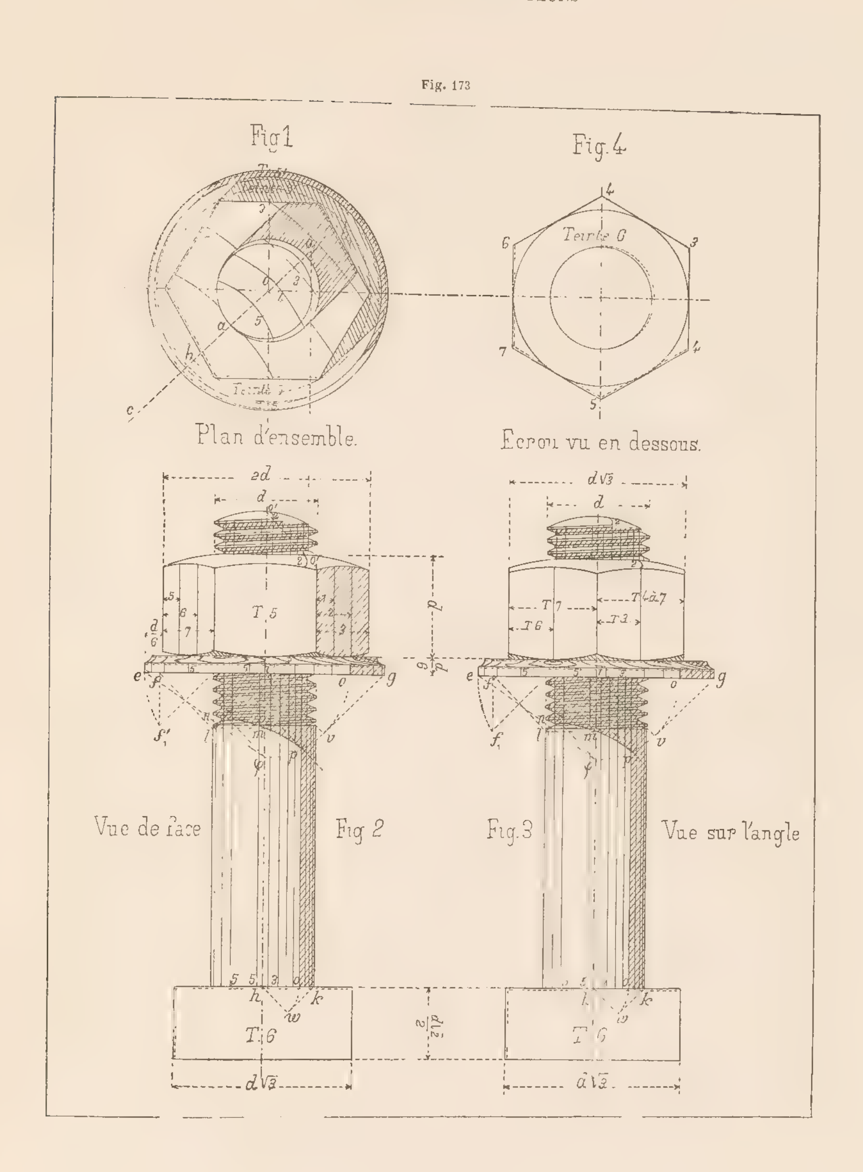
Fig. 172



jusqu'au n° 5. Cela prouve combien il y a de latitude dans l'emploi de ces échelles. On devra exécuter ce dessin et ce lavis à une échelle double de celle du croquis ci-contre et, alors, placer toutes les lignes de teintes, comme nous l'avons indiqué au numéro précédent.

2° Les ombres n'ont été indiquées que sur les quatre premiers filets de la vis ; il faut les tracer de la même manière sur tous les autres.

Fig. 173



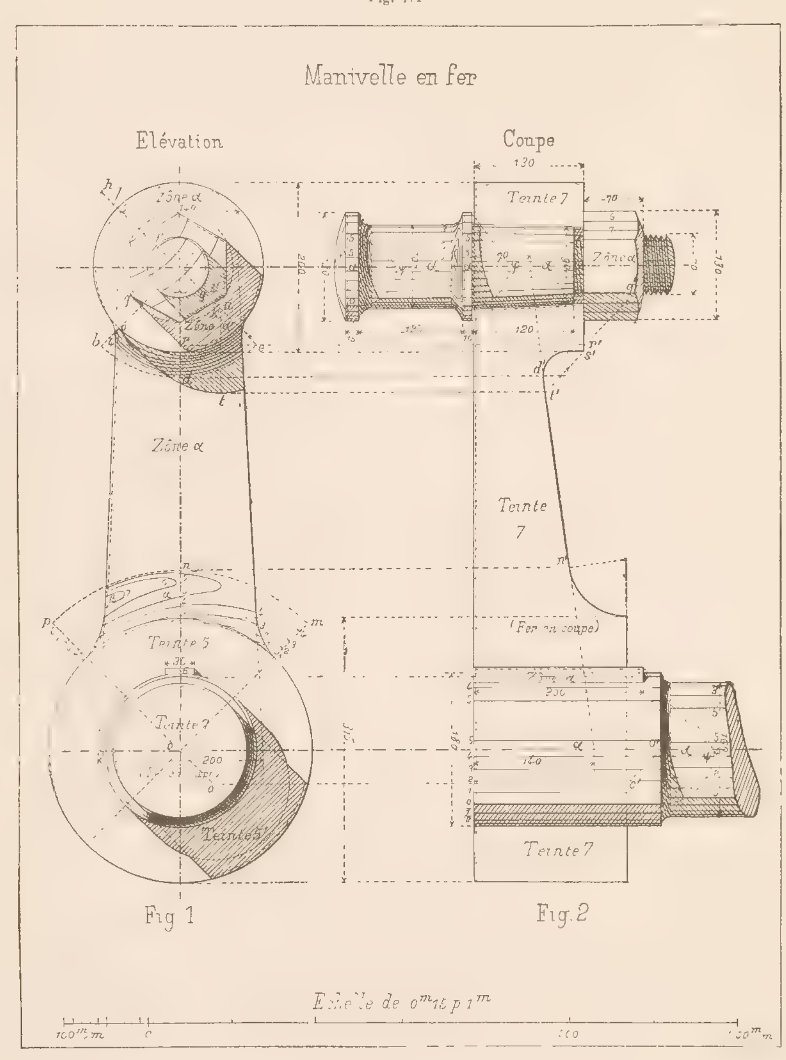
126. **Boulons et écrous** (fig. 173).

(*a*) Sur la figure 1 on voit, en plan, les calottes sphériques qui couronnent l'écrou et la tige du boulon. Les courbes indiquées sont des portions des ellipses de teintes 3, 4 et 5 ; on leur substitue des arcs de cercle.

(*b*) On lave la partie filetée des boulons comme si on avait un cylindre lisse mais en respectant, bien entendu, les triangles vides du contour. Le rendu des vis se fait ensuite, comme retouche, à teintes fondues.

§ II. — Manivelles et paliers

Fig. 174



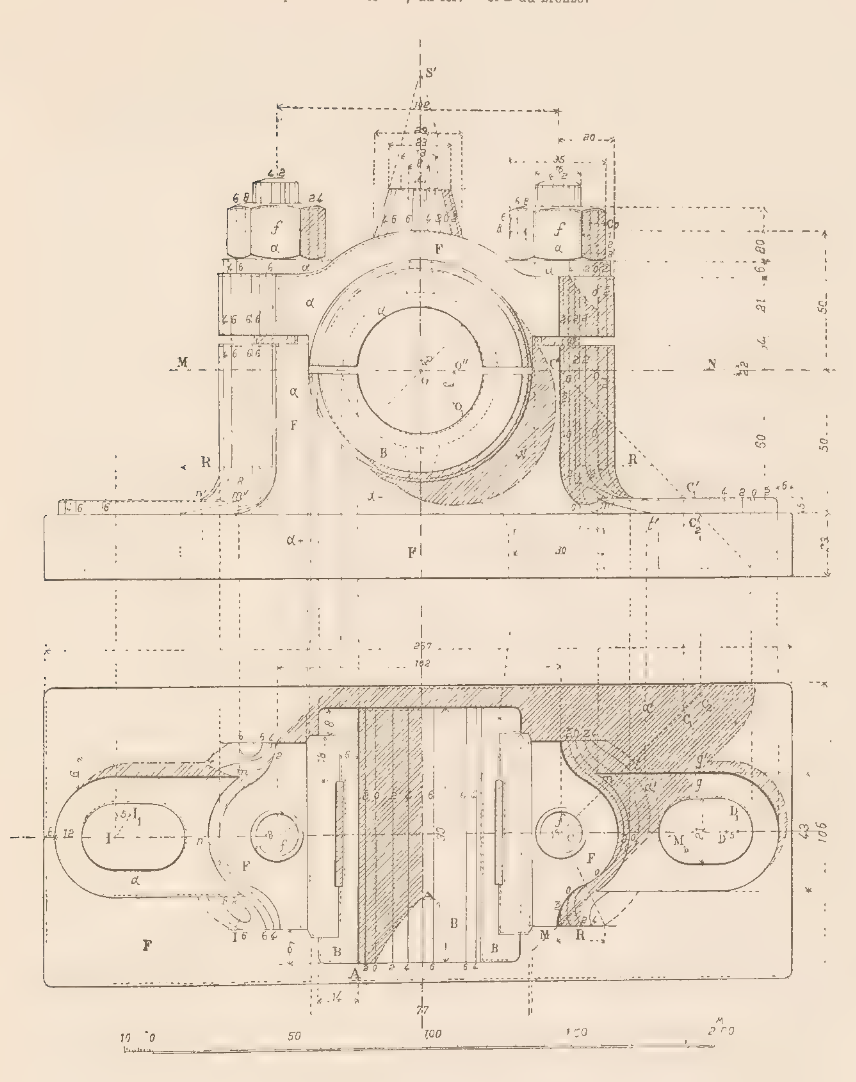
127. Manivelle en fer (fig. 174).

(*a*) *Conventions.* — Les parties coupées ne reçoivent pas d'ombres ; elles apparaîtront donc de la couleur propre à la matière représentée.

(*b*) *Ombres et lavis.* — Comme il a été dit ci-dessus.

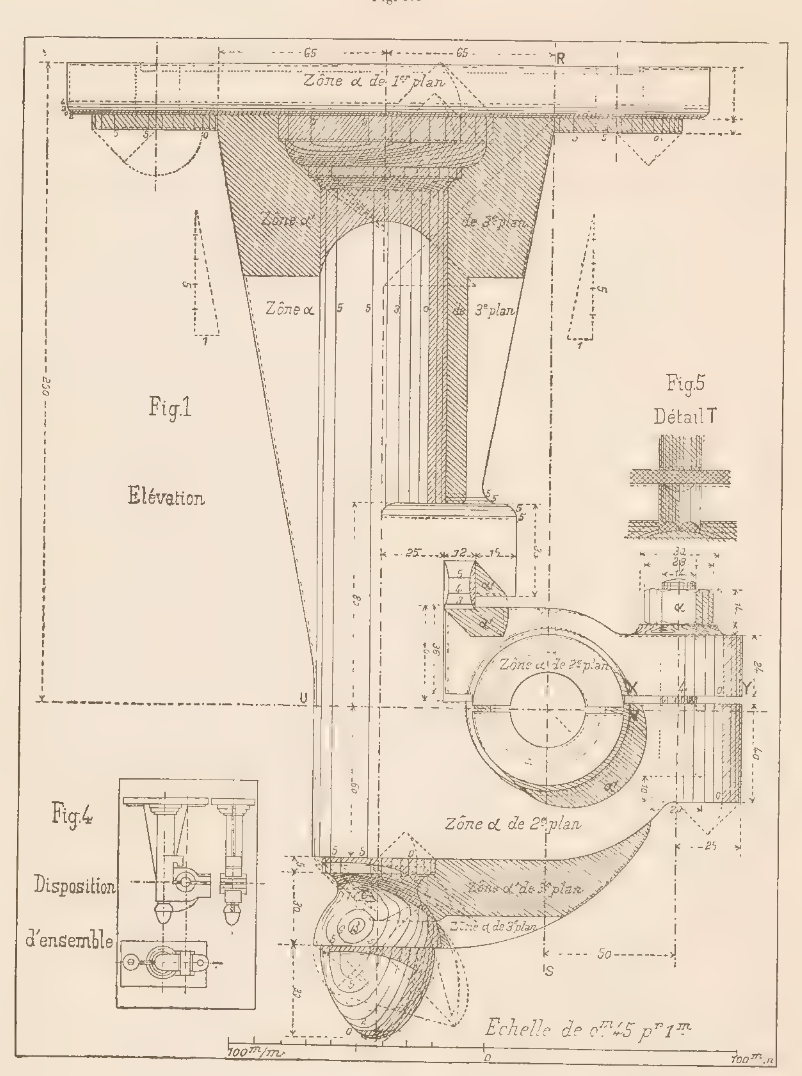
Fig. 175

F indique de la fonte — *f* du fer, — et B du bronze.



128. Un palier pour arbre horizontal. — Nous donnons ce croquis (fig. 175) sans autres explications. On remarquera seulement que pour raccorder entre elles les deux colonnes et la semelle, on a employé deux fractions de tores en creux terminées en I et R (voir le plan) par des portions de sphères. On fera bien d'étudier à part ce double raccordement géométrique avant de tracer les lignes de teintes.

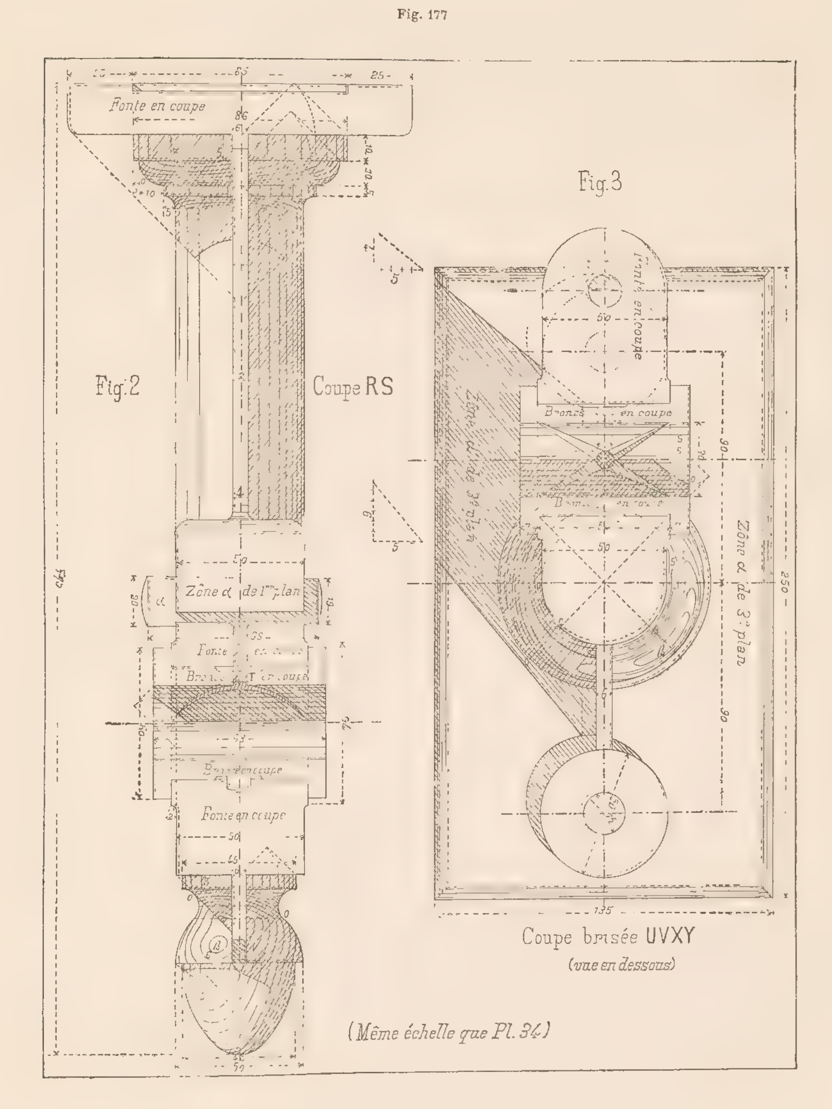
Fig. 176



129. **Chaise à colonne** (fig. 176 et 177).

Cet organe de machines est destiné à être suspendu au plafond.

Fig. 177



On fera bien d'exécuter la mise au net et le lavis de ce dessin sur une feuille 1/2 grand aigle, en grandeur naturelle et en adoptant la disposition d'ensemble indiquée fig. 4.

§ III. — Organes divers

130. **Moufle lyonnais** (fig. 178). — Cet appareil sert à soulever les fardeaux. Le dessin ci-contre est emprunté au cours de dessin de machines et de lavis de l'École polytechnique.

Fig. 178

131. **Joint de Cardan** (fig. 179). — Cet appareil sert à réunir entre eux deux arbres dont les directions relatives sont variables. Le joint représenté ci-dessus est employé surtout dans les machines agricoles.

MM' est le *croisillon*, — NN' la *fourchette*, — PP' le *manchon*, calé sur l'arbre par une *clavette* F.

Fig. 179

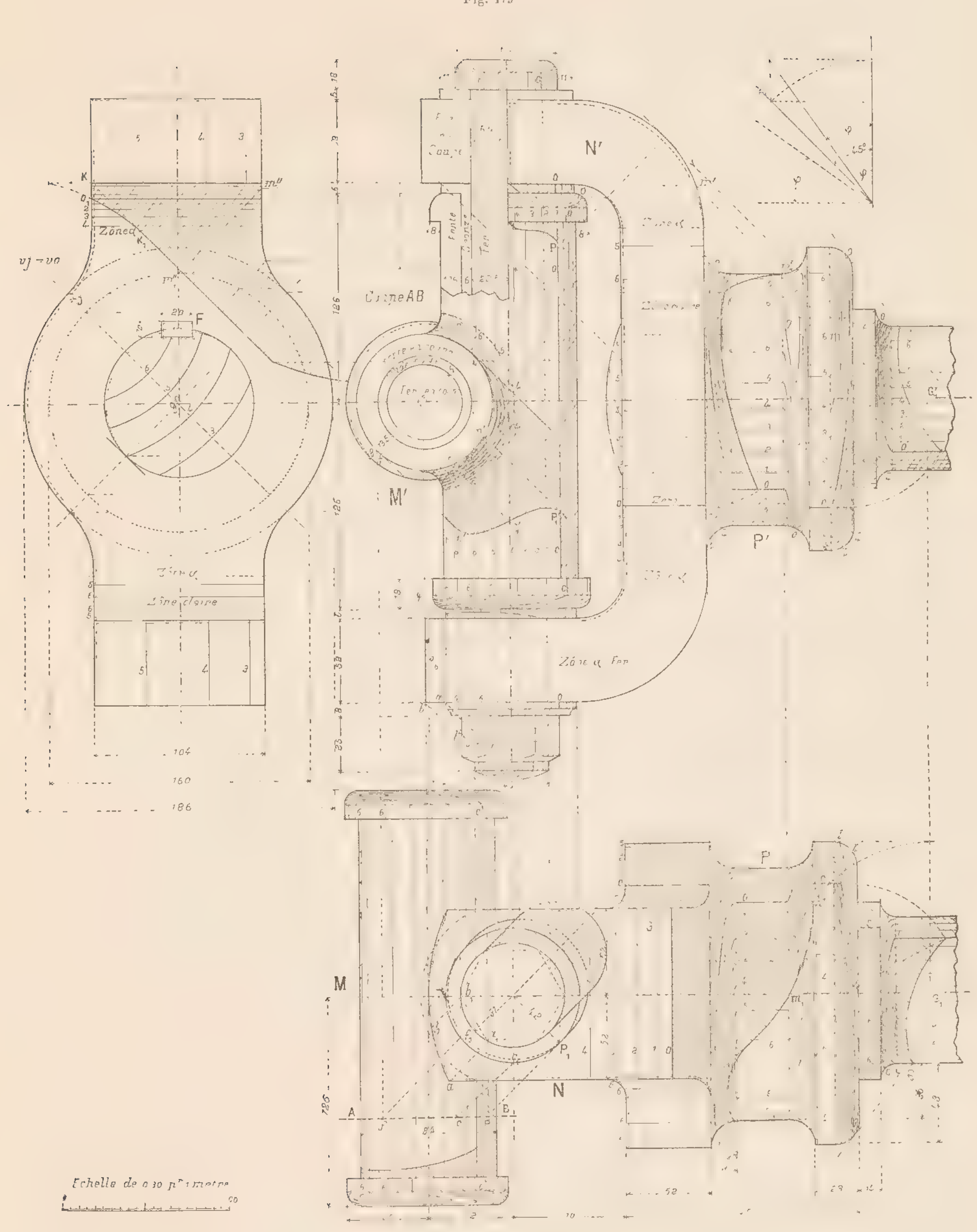
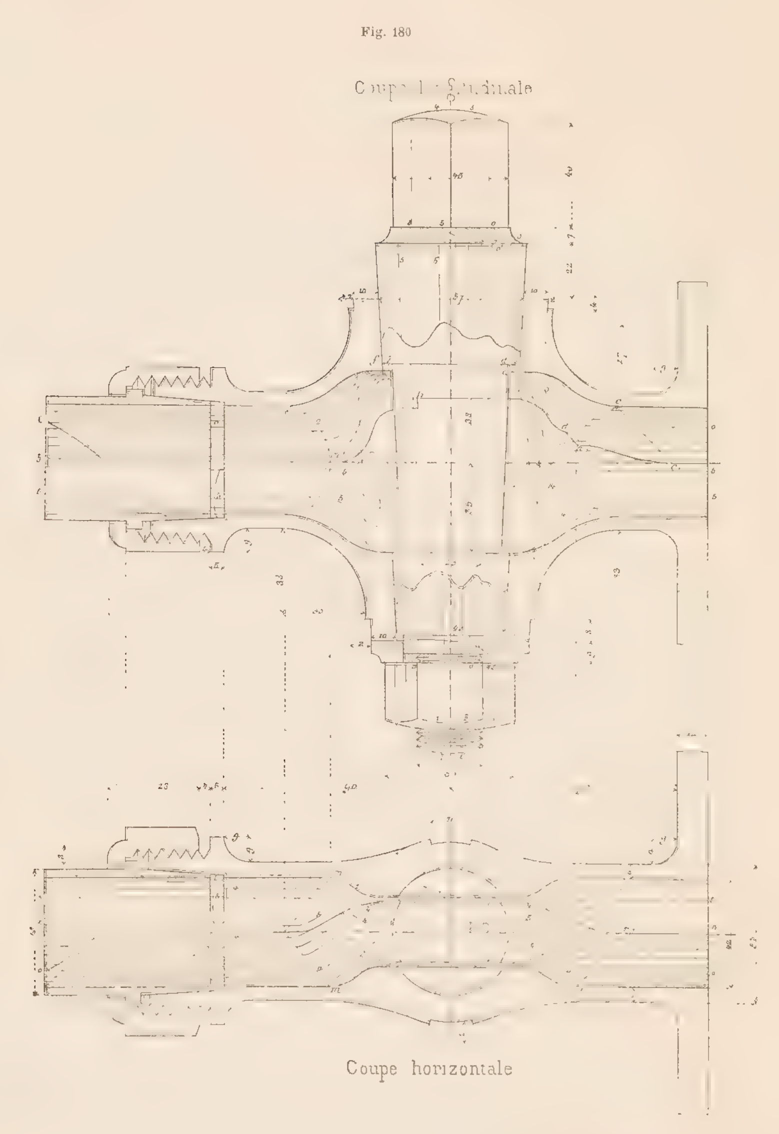


Fig. 180



Echelle de 0,60 *pour* 1 *mètre.*

132. **Un robinet conique en bronze, avec bride et raccord.** — Cet organe de machine est tout entier en bronze. Il est facile à trouver partout. (Prix de 10 à 25 francs.)

Nous en donnons le croquis avec l'indication des ombres

Fig. 181

Elévation transversale

Elévation longitudinale

Plan de la rondelle

Plan (*Vu par dessus*)

Echelle de 0,60 *pour* 1 *mètre.*

et des lignes de teintes. Nous supposons le lecteur assez exercé pour comprendre les tracés indiqués. On fera bien d'en faire la mise au net, en grandeur naturelle, en ayant le modèle en relief sous les yeux.

FIN DE LA SECONDE PARTIE

TABLE DES MATIÈRES

Première Partie. — LES OMBRES USUELLES

Deuxième Partie.

LE RENDU DANS LE DESSIN D'ARCHITECTURE ET DANS LE DESSIN DE MACHINES

Bar-le-Duc. — Imprimerie Comte-Jacquet, Facdouel, Dir.

